

УДК 552.122

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МИНЕРАЛЬНЫХ СРАСТАНИЙ В ГОРНЫХ ПОРОДАХ И РУДАХ

Ю. Л. Войтеховский^{1*}, Д. Г. Степенщиков², А. А. Захарова³

¹ Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена
(наб. р. Мойки, 48, Санкт-Петербург, Россия, 191186), *vojtehovskijj@herzen.spb.ru

² Геологический институт ФИЦ КНЦ РАН (ул. Ферсмана, 14, Апатиты, Россия, 184209)

³ Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II (21-я линия В. О., 2,
Санкт-Петербург, Россия, 199106)

В статье продолжено развитие методов описания структур горных пород и руд на основе статистик межзерновых контактов. Дан краткий обзор предыдущих результатов и сформулирована новая задача – учет размерного эффекта минеральных зерен в структурах, далеких от равновесия Харди – Вайнберга. Расчетом показано, что в структурах, близких к указанному равновесию, раскрываемость минерального зерна не зависит от числа соседей. Результаты имеют отношение к проблемам общей количественной характеристики структур горных пород и прогноза технологических свойств руд по особенностям срастаний рудных минералов с нерудными.

Ключевые слова: кристаллические горные породы и руды; структура; текстура; бинарные и тернарные межзерновые контакты; вероятности; барицентрические диаграммы; равновесие Харди – Вайнберга

Для цитирования: Войтеховский Ю. Л., Степенщиков Д. Г., Захарова А. А. Статистическое описание минеральных срастаний в горных породах и рудах // Труды Карельского научного центра РАН. 2024. № 6. С. 51–57. doi: 10.17076/geo1940

Yu. L. Voytekhovskiy^{1*}, D. G. Stepenschikov², A. A. Zakharova³. STATISTICAL DESCRIPTION OF MINERAL INTERGROWTHS IN ROCKS AND ORES

¹ A. I. Herzen State Pedagogical University of Russia (48 Nab. Reki Moiki, 191186 St. Petersburg, Russia), *vojtehovskijj@herzen.spb.ru

² Geological Institute, Kola Science Centre, Russian Academy of Sciences (14 Fersman St., 184209 Apatity, Russia)

³ St. Petersburg Mining University (2 21st Liniia V. O., 199106 St. Petersburg, Russia)

The article continues the development of methods for describing the structures of rocks and ores based on the statistics of intergrain contacts. A brief overview of the previous results is given and a new task is formulated – taking into account the dimensional effect of mineral grains in structures far from the Hardy – Weinberg equilibrium. The calculation shows that in structures close to the specified equilibrium, the disclosure of mineral grains does not depend on the number of neighbors. The results are relevant to

the problems of general quantitative characterization of rock structures and prediction of ore technological properties based on the features of coalescence of ore minerals with non-metallic ones.

Keywords: crystalline rocks and ores; structure; texture; binary and ternary intergrain contacts; probabilities; barycentric diagrams; Hardy – Weinberg equilibrium

For citation: Voytekhovskiy Yu. L., Stepenschikov D. G., Zakharova A. A. Statistical description of mineral intergrowths in rocks and ores. *Trudy Kareli'skogo nauchnogo tsentra RAN = Transactions of the Karelian Research Centre RAS*. 2024. No. 6. P. 51–57. doi: 10.17076/geo1940

Введение

Характеристика петрографических структур – наименее формализованная сторона описания горных пород и руд. Это особенно удручает на фоне кристаллографического описания минералов, в основе которого лежит теория пространственных групп симметрии. Петрографы используют сотни терминов, учитывающих метрические (абсолютные и относительные размеры), неметрические (степень идиоморфизма-ксеноморфизма, причем для каждого минерала – в своей шкале) особенности минеральных зерен, пространственные отношения их самих (пойкилитовые структуры) и агрегатов (такситовые, полосчатые и др. текстуры) вместе с генетическими представлениями (лепидо-, пойкило-, немато-... гранобластовые структуры) [Петрографический..., 1981, 2008].

Общая теория систем указывает, что их особенности определяются не столько набором элементов (которые первичны), сколько разнообразием их отношений. В горных породах и рудах элементы – минеральные зерна разных видов, системное отношение – межзерновые контакты: бинарные (по поверхностям), тернарные (по ребрам) и куотернарные (в точках). Как граничные дефекты кристаллических структур, зоны обрыва химических связей и каналы свободной энергии они рассмотрены в металлах и сплавах (прогноз физических свойств), горных породах и рудах (реконструкция генезиса, прогноз обогатительных свойств) [Салтыков, 1958; Беленький, 1980; Вернон, 1980; Бродская, 1988].

В традиционном описании горных пород и руд (их химического и минерального состава, структур и текстур) есть важный момент – оно выполняется на объеме, в котором достигается устойчивость характеристик. Петрографическое описание в своей основе имеет статистический характер. Мы используем этот принцип, сосредоточив его на статистиках межзерновых контактов. При этом теряются некоторые указанные выше моменты. Но заметим, что отно-

сительные размеры зерен участвуют в статистиках контактов опосредованно, что оценки идиоморфизма-ксеноморфизма мы относим к минералогическому уровню описания и что генетическим догадкам вообще не место в теории петрографических структур (образец правильного описания – федоровские группы в кристаллографии).

Краткий обзор результатов

Метод был предложен в статьях [Войтеховский, 1991, 1995, 2000] и основан на том, что соотношение $\sum p_{ij}m_i m_j = 1$ ($i, j = 1, \dots, n$) определяет центральную поверхность 2-го порядка в n -мерном пространстве $\{m_1, \dots, m_n\}$ и организацию n -минеральной горной породы, где p_{ij} – частоты (вероятности) межзерновых контактов минералов m_i и m_j . Тем самым систематика петрографических структур сведена к таковой квадратичных поверхностей. Теория содержится в любом университетском учебнике линейной алгебры, а матричные преобразования доступны в Интернете. Петрографу остается подсчитать частоты p_{ij} под микроскопом, что – признаем – пока представляет собой рутинную операцию.

Метод оказался весьма чувствительным к статистическим особенностям межзерновых срастаний, плохо различимым при традиционном описании структур и текстур горных пород. В монотонных разрезах Федорова-Панского интрузива удалось выявить скрытую магматическую расслоенность [Войтеховский, Припачкин, 2001]. Уверенно различены структуры амфиболитов островов Керетского архипелага (Белое море) [Войтеховский, Захарова, 2021]. Важным для петрографии оказалось «равновесие Харди – Вайнберга» (далее ХВ, НВ, введено в начале XX века в генетике), отвечающее идеальному перемешиванию минеральных зерен в горной породе. В этом случае частоты p_{ij} контактов можно рассчитать по частотам p_i самих зерен, т. е. модальному составу горной породы или руды: $p_{ii} = p_i^2$, $p_{ij} = 2 p_i p_j$.

Для биминеральных горных пород ($n = 2$) линии ХВ задаются соотношениями: $p_{11}p_{22} = (p_{12}/2)^2$ в барицентрическом треугольнике (для бинарных контактов) и $p_{111} = p_1^3$, $p_{112} = 3p_1^2p_2$, $p_{122} = 3p_1p_2^2$, $p_{222} = p_2^3$ в тетраэдре (для тернарных контактов). Равновесие ХВ отвечает массивным текстурам горных пород, интуитивно схваченным петрографами. На самом же деле это пограничное состояние отделяет горные породы с всегда немассивными текстурами [Войтеховский, Захарова, 2018, 2021].

В статьях [Войтеховский, Захарова, 2020; Войтеховский и др., 2020] выполнено статистическое 2D-моделирование канонических петрографических структур (вкрапленных, цепочечных, пойкилитовых, с ветвящимися кластерами, порфировых, порфировидных) и текстур (полосчатых, шлировых). Для фиксированных кластеров, определяющих тип структуры и текстуры, и их разных концентраций в матрице рассчитаны тренды (рис. 1). В реальных горных породах и рудах типы кластеров не выдержаны. Их фигуративные точки попадут между идеальными трендами.

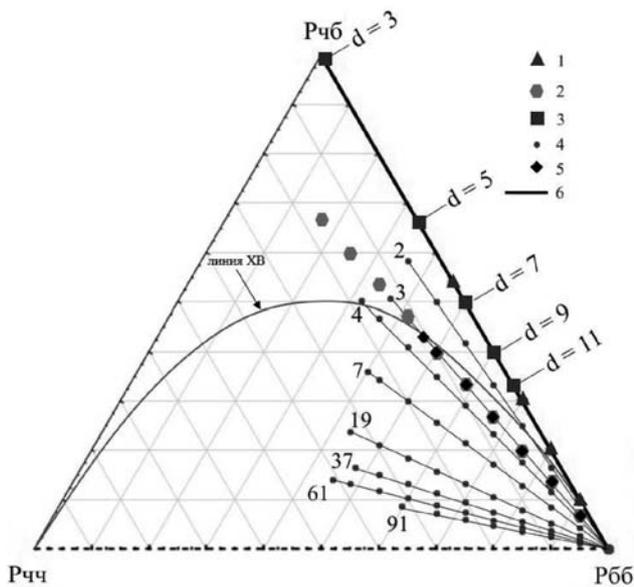


Рис. 1. Барицентрическая диаграмма ($p_{чч}$, $p_{бб}$, $p_{чб}$):

ч (черный) и б (белый) – условные обозначения минеральных зерен. Структуры: 1 – вкрапленная, 2 – цепочечная, 3 – порфировые (d – диаметр фенокриста), 4 – шлировые (количество зерен в шлирах указано числами), 5 – с ветвящимися кластерами, 6 – пойкилитовые

Fig. 1. Barycentric diagram ($p_{чч}$, $p_{бб}$, $p_{чб}$):

ч (black) and б (white) – symbols of mineral grains. Structures: 1 – disseminated, 2 – chained, 3 – porphyritic (d – diameter of phenocryst), 4 – schlieren (quantities of grains in the schlierens are indicated by the numbers), 5 – with branching clusters, 6 – poikilitic

Наконец, метод успешно применен к апатитовым рудам Хибин [Захарова, Войтеховский, 2022] и золотоносным рудам одного из месторождений Сибири [Захарова, Войтеховский, 2024]. Установлены корреляции структурных типов руд с обогатимостью в первом случае и механическими свойствами (индексом Бонда) во втором.

Эффект размерности

На барицентрической диаграмме (рис. 1) по обе стороны от линии ХВ расположены обширные поля статистически неравновесных, «неидеально перемешанных» горных пород и руд. Сложность их систематики и номенклатуры состоит именно в том (и лишь усугубляется для полиминеральных горных пород и руд), что петрографы стремятся дать имя каждой выразительной «структуре» и «текстуре». При этом структурность здесь имеет смысл статистической устойчивости мотива в достаточно большом образце и далека от категорий структуры и порядка, например, в кристаллографии. Тем не менее моделирование показало, что в одном поле располагаются порфировые структуры, в другом – такситовые текстуры. Имеет смысл проанализировать влияние этих двух обстоятельств (крупные зерна условно рудного минерала и стягивание рудных зерен в шлиры в равнотекстурной руде) на статистики межзерновых срастаний и их раскрытие при дроблении.

Рассмотрим отдельное зерно рудного минерала в системе «рудный минерал – нерудные минералы». Его контакты с другими зернами в комбинаторном приближении можно рассматривать как грани полиэдра. Каждой можно сопоставить один из двух цветов. Известно, что в подавляющей массе полиэдры комбинаторно асимметричны. Число раскрасок граней такого n -эдра в два цвета равно 2^n . Их можно разделить на группы, в каждой из которых раскрашено m из n граней. В каждой такой группе C_n^m различных раскрасок. (Для симметричного полиэдра это число следует разделить на порядок группы автоморфизмов.)

Пусть для рудного зерна вероятность контакта его грани с другим рудным равна p , с нерудным $1 - p$. Тогда вероятность того, что m из n граней раскрашены в «рудный» цвет, равна $p^m(1 - p)^{n-m}$. Так как число раскрасок равно C_n^m , то вероятность того, что m граней полиэдра из n раскрашены в рудный цвет, равна $C_n^m p^m(1 - p)^{n-m}$. Пусть грани полиэдра примерно равны. Тогда «удельную» долю мономинеральных контактов рудного зерна определим как m/n .

В итоге получим закон дискретного распределения вероятности раскрытия мономинеральных контактов рудного зерна с n гранями: $P(X = m/n) = C_n^m \times p^m (1 - p)^{n-m}$. Ее математическое ожидание:

$$\begin{aligned} M(X) &= \sum_{i=0}^n \frac{i}{n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} = \\ &= \frac{0}{n} C_n^0 p^0 (1 - p)^{n-0} + \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{i}{n} \frac{n!}{i! (n-i)!} p^i (1 - p)^{n-i} = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{(n-1)!}{(i-1)! (n-i)!} p^i (1 - p)^{n-i} = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{(n-1)!}{(i-1)! ((n-1) - (i-1))!} p p^{i-1} \times \\ &\quad \times (1 - p)^{(n-1) - (i-1)} = \\ &= p \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{j! ((n-1) - j)!} p^j (1 - p)^{(n-1) - j} = \\ &= p \sum_{j=0}^{n-1} C_{n-1}^j p^j (1 - p)^{(n-1) - j} = p. \end{aligned}$$

В результате легко угадывается биномиальное распределение с дисперсией случайной величины $V(X = m/n) = p(1 - p)$. Итак, удельная степень раскрытия мономинеральных контактов рудных зерен не зависит от их крупности (выраженной числом граней) и равна вероятности мономинерального рудного контакта. Результат верифицируется крайними случаями: в массивной руде $p = 1$, при рассеянии рудных зерен среди нерудных $p = 0$.

При дроблении руды межзерновые границы разрушаются. Для рудного зерна будем считать, что степень его раскрытия не меняется от того, отделилось ли от него другое рудное зерно. Но степень раскрытия меняется при отделении нерудного зерна. Будем считать контакт «руда – воздух» как «руда – руда». Пусть вероятность разрушения границы «руда – не руда» равна β . Рассмотрим n -полиэдр – рудное зерно, контактирующее с m рудными и $n - m$ нерудными. При дроблении вероятность того, что r из $n - m$ границ будут разрушены, равна $C_{n-m}^r \beta^r (1 - \beta)^{(n-m)-r}$. Общая степень раскрытия зерна будет равна $(m + r) / n$. Найдем для каждой раскраски рудного зерна его среднюю степень раскрытия Y :

$$\begin{aligned} M(Y) &= \sum_{i=0}^{n-m} \frac{m+i}{n} C_{n-m}^i \beta^i (1 - \beta)^{(n-m)-i} = \\ &= \sum_{i=0}^{n-m} \frac{m}{n} C_{n-m}^i \beta^i (1 - \beta)^{(n-m)-i} + \\ &\quad + \sum_{i=0}^{n-m} \frac{i}{n} C_{n-m}^i \beta^i (1 - \beta)^{(n-m)-i} = \\ &= \frac{m}{n} + \frac{n-m}{n} \sum_{i=0}^{n-m} \frac{i}{n-m} C_{n-m}^i \beta^i (1 - \beta)^{(n-m)-i} = \\ &= \frac{m}{n} + \frac{n-m}{n} \beta = \frac{\beta n + (1 - \beta)m}{n}. \end{aligned}$$

Подставим это значение в первое соотношение и найдем среднюю степень раскрытия рудного зерна при дроблении:

$$\begin{aligned} M(X) &= \sum_{i=0}^n \frac{\beta n + (1 - \beta)i}{n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} = \\ &= \beta \sum_{i=0}^n C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} + \\ &\quad + \sum_{i=0}^n \frac{(1 - \beta)i}{n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} = \\ &= \beta + (1 - \beta) \sum_{i=0}^n \frac{i}{n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} = \\ &= \beta + (1 - \beta)p. \end{aligned}$$

Проанализируем результат на крайних значениях. При $\beta = 0$ дробление не улучшает раскрываемость рудных зерен и $M(X) = p$, т. е. удельной степени раскрытия. При $\beta = 1$ все нерудные зерна отделяются от рудных и степень раскрытия рудных зерен равна $M(X) = 1$, т. е. имеет место их полное раскрытие. Последний результат можно записать в виде: $p + \beta - \beta p$, т. е. как вероятность $P(A \cup B)$ объединения случайных событий: A – рудное зерно контактирует по данной границе с рудным, B – контакт «руда – не руда» по данной границе разрушен. Результат плох тем, что удельная раскрытость не есть раскрытость как таковая, ведь рудное зерно по-прежнему находится в горной породе. Пусть вероятность разрушения границы «руда – руда» как α . Определим для каждой раскраски рудного зерна с m границами «руда – руда» и $n - m$ границами «руда – не руда» среднюю степень раскрытия. Из m границ «руда – руда» в среднем разрушится:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=0}^m i C_m^i \alpha^i (1-\alpha)^{m-i} = \\
& = \sum_{i=1}^m i \frac{m!}{i!(m-i)!} \alpha^i (1-\alpha)^{m-i} = \\
& = \alpha m \sum_{i=1}^m \frac{(m-1)!}{(i-1)!((m-1)-(i-1))!} \times \\
& \quad \times \alpha^{i-1} (1-\alpha)^{(m-1)-(i-1)} = \\
& = \alpha m \sum_{j=0}^{m-1} C_{m-1}^j \alpha^j (1-\alpha)^{(m-1)-j} = \alpha m
\end{aligned}$$

границ. Из $n - m$ границ «руда – не руда» в среднем разрушится $\beta(n - m)$ границ. И средняя степень раскрытия зерна с данной раскраской равна $(\alpha m + \beta(n - m)) / n$. Подставим это значение в первое соотношение и найдем среднюю степень раскрытия рудного зерна при дроблении:

$$\begin{aligned}
M(X) &= \sum_{i=0}^n \frac{\alpha i + \beta(n - i)}{n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} = \\
&= \sum_{i=0}^n \frac{(\alpha - \beta)i + \beta n}{n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} = \\
&= (\alpha - \beta) \sum_{i=0}^n \frac{i}{n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} + \\
&+ \beta \sum_{i=0}^n C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} = (\alpha - \beta)p + \beta = \\
&= \alpha p + \beta(1 - p).
\end{aligned}$$

Результат отличается от предыдущего множителем α при вероятности p , а формула задает выпуклую комбинацию α и β с коэффициентами p и $1 - p$. По статистике межзерновых контактов, т. е. вероятностям контактов p_{11} (руда – руда) и p_{12} (руда – не руда), вероятность p определяется так: $p = p_{11} / (p_{11} + p_{12})$.

О геометрии горной породы

На рис. 2 дана барицентрическая диаграмма вероятностей бинарных контактов в биминеральной горной породе. Особенности

срастаний минеральных зерен (2 по поверхности, 3 по ребру, 4 в точке) не допускают условия $p_{ч6} = 1$, т. е. отсутствие мономинеральных контактов (3D-аналог шахматной доски). Покажем, что у этой вершины диаграммы есть целая область, в которую не может попасть фигуративная точка горной породы с непойкилитовой структурой. Имеет место строгое соотношение.

В непойкилитовой структуре биминеральной горной породы сетка межзерновых границ связна, и возможны 4 типа тройных контактов (рис. 2). Так как каждое ребро смежно двум вершинам, будем считать, что каждая привносит половину инцидентного ребра. Для типа «а» одна вершина дает 3 полуребра «1-1», ито- го $e'_{11} = 3n_{111}$, где n_{111} – число вершин «а». Для типа «б» число полуребер «1-1» равно $e'_{11} = n_{112}$, число полуребер «1-2» равно $e'_{12} = 2n_{112}$. Для типа «с» число полуребер «1-2» равно $e'_{12} = 2n_{122}$, число полуребер «2-2» равно $e'_{22} = n_{122}$. Для типа «д» число полуребер «2-2» равно $e'_{22} = 3n_{222}$. Суммируя, получим: $e'_{11} = 3n_{111} + n_{112}$; $e'_{12} = 2n_{112} + 2n_{122}$; $e'_{22} = n_{122} + 3n_{222}$. Из этих соотноше- ний найдем e'_{12} :

$$\begin{aligned}
e'_{12} &= 2(e'_{11} - 3n_{111}) + 2(e'_{22} - 3n_{222}) = \\
&= 2(e'_{11} + e'_{22}) - 6(n_{111} + n_{222}).
\end{aligned}$$

Учитывая, что $2E = e'_{11} + e'_{12} + e'_{22}$, где E – число межзерновых контактов, а $e'_{12} = 2e_{12}$, где e_{12} – число ребер «1-2», последовательно получим:

$$\begin{aligned}
e'_{12} &= 2(2E - e'_{12}) - 6(n_{111} + n_{222}) = \\
&= 4E - 2e'_{12} - 6(n_{111} + n_{222}), \\
3e'_{12} &= 4E - 6(n_{111} + n_{222}), \quad 6e_{12} = 4E - 6(n_{111} + n_{222}), \\
e_{12} &= 2E/3 - (n_{111} + n_{222}), \quad p_{12} = 2/3 - (n_{111} + n_{222})/E.
\end{aligned}$$

Так как $n_{111} + n_{222} \geq 0$, то в непойкилитовой структуре всегда имеет место неравенство $p_{12} \leq 2/3$. На рис. 1 крайняя точка для цепочечных структур указывает именно это положение.

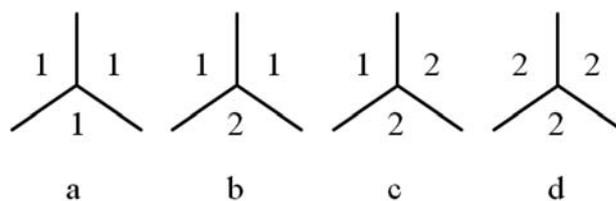


Рис. 2. Четыре типа тройных межзерновых контактов в биминеральной горной породе

Fig. 2. Four types of triple intergrain contacts in biminerall rock

Заключение

Для описания структур и текстур горных пород и руд сегодня есть два подхода. Традиционный использует богатство языка для характеристики форм, размеров, морфологических особенностей сростаний и взаимного пространственного положения минеральных зерен и агрегатов. Второй, развиваемый авторами, ориентирован на математическую теорию. Петрографические структуры рассматриваются как системы межзерновых границ с акцентом на статистиках вероятностей межзерновых контактов. В алгебраических категориях построены классификация и увязанная с ней номенклатура петрографических структур. По-видимому, традиционный подход идейно исчерпан, математическая теория – в стадии активного становления. Выше показано, что разумные предположения о характере сростаний рудных и нерудных минералов (проверяемые под микроскопом, сопровождаемые подсчетом вероятностей контактов) позволяют строить нетривиальные математические модели, в свою очередь, требующие практической проверки.

Литература

Беленький В. З. Геометрико-вероятностные модели кристаллизации. Феноменологический подход. М.: Наука, 1980. 88 с.

Бродская Р. Л. Термодинамические (кинетические) критерии формирования и эволюции структур минеральных агрегатов // Записки ВМО. 1988. № 5. С. 623–633.

Вернон Р. Х. Метаморфические процессы. М.: Недра, 1980. 228 с.

Войтеховский Ю. Л. К проблеме организации горных пород // Известия вузов. Геология и разведка. 1991. № 10. С. 34–39.

Войтеховский Ю. Л. Приложение теории квадратных форм к проблеме классификации структур полиминеральных горных пород // Известия вузов. Геология и разведка. 1995. № 1. С. 32–42.

Войтеховский Ю. Л. Количественный анализ петрографических структур: метод структурной индикатрисы и метод вычитания аксессуариев // Известия вузов. Геология и разведка. 2000. № 1. С. 50–54.

Войтеховский Ю. Л., Захарова А. А. Массивная текстура горной породы: гранит массива Акжайляу, Казахстан // Математические исследования в естественных науках: Труды XV Всерос. научн. школы. Апатиты: К&М, 2018. С. 56–57. doi: 10.31241/MIEN.2018.15.07

Войтеховский Ю. Л., Захарова А. А. Моделирование петрографических структур // Вестник геонаук. 2020. № 10. С. 38–42. doi: 10.19110/geov.2020.10.5

Войтеховский Ю. Л., Захарова А. А. Статистическое описание структур и текстур амфиболитов островов Керетского архипелага (Белое море)

// Труды Карельского научного центра РАН. 2021. № 2. С. 44–50. doi: 10.17076/geo1355

Войтеховский Ю. Л., Захарова А. А., Климоченков М. Д. Моделирование петрографических структур. Статья 2 // Вестник геонаук. 2020. № 12. С. 32–35. doi: 10.19110/geov.2020.12.3

Войтеховский Ю. Л., Припачкин П. В. Использование статистических методов для расчленения разреза Фёдорово-Панского интрузива // Отечественная геология. 2001. № 2. С. 48–52.

Захарова А. А., Войтеховский Ю. Л. Методика прогнозирования обогатимости апатитовых руд (Кировский рудник, Кольский полуостров) // Обогащение руд. 2022. № 1. С. 27–30. doi: 10.17580/or.2022.01.05

Захарова А. А., Войтеховский Ю. Л. Статистический прогноз параметров обогащения руд по наблюдениям в шлифах // Обогащение руд. 2024. № 2. С. 27–31. doi: 10.17580/or.2024.02.05

Петрографический кодекс России. Магматические, метаморфические, метасоматические, импактные образования / Гл. ред. О. А. Богатиков, О. В. Петров, отв. ред. Л. Н. Шарпенюк. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2008. 200 с.

Петрографический словарь / Ред. В. П. Петров и др. М.: Недра, 1981. 496 с.

Салтыков С. А. Стереометрическая металлография. М.: Металлургия, 1958. 446 с.

References

Belenkii V. Z. Geometric-probabilistic models of crystallization. Phenomenological approach. Moscow: Nauka; 1980. 88 p. (In Russ.)

Bogatikov O. A., Petrov O. V., Sharpenok L. N. (eds.). Petrographic Code of Russia. Igneous, metamorphic, metasomatic, impact formations. St. Petersburg: VSEGEI; 2008. 200 p. (In Russ.)

Brodskaya R. L. Thermodynamic (kinematic) criteria of formation and evolution of mineral aggregates structures. *Zapiski VMO = Proceed. Rus. Mineral. Soc.* 1988;5:623–633. (In Russ.)

Petrov V. P. et al. (eds.). Petrographic dictionary. Moscow: Nedra; 1981. 496 p. (In Russ.)

Saltykov S. A. Stereometric metallography. Moscow: Metallurgiya; 1958. 446 p. (In Russ.)

Vernon R. H. Metamorphic processes. Moscow: Nedra; 1980. 228 p. (In Russ.)

Voytekhovskiy Yu. L. Application of the quadratic forms theory to the problem of classification of polymineral rocks structures. *Izvestiya vuzov. Geologiya i razvedka = Proceed. of Higher Educational Establishments. Geology and Exploration.* 1995;1:32–42. (In Russ.)

Voytekhovskiy Yu. L. Quantitative analysis of petrographic structures: structural indicatrix and accessory subtraction methods. *Izvestiya vuzov. Geologiya i razvedka = Proceed. of Higher Educational Establishments. Geology and Exploration.* 2000;1:50–54. (In Russ.)

Voytekhovskiy Yu. L. To the problem of the organization of rocks. *Izvestiya vuzov. Geologiya i razvedka = Proceed. of Higher Educational Establishments. Geology and Exploration.* 1991;10:34–39. (In Russ.)

Voytekhovskiy Yu. L., Pripachkin P. V. The use of statistical methods for the dismemberment of the

section of the Fedorova-Pansky intrusion. *Otechestvennaya geologiya = National Geology*. 2001;2: 48–52. (In Russ.)

Voytekhovskiy Yu. L., Zakharova A. A. Massive texture of a rock: granite of the Akzhailau massif, Kazakhstan. *Matematicheskie issledovaniya v estestvennykh naukakh: Trudy XV Vseros. nauchn. shkoly = Math. Invest. in Natural Sci.: Proceed. 15th Russ. Sci. School*. Apatity: K&M; 2018. P. 56–57. (In Russ.). doi: 10.31241/MIEN.2018.15.07

Voytekhovskiy Yu. L., Zakharova A. A. Modeling petrographic structures. *Vestnik geonauk = Vestnik of Geosciences*. 2020;10:38–42. (In Russ.). doi: 10.19110/geov.2020.10.5

Voytekhovskiy Yu. L., Zakharova A. A. Statistical description of structures and textures of amphibolites of the islands of the Keret Archipelago (White Sea).

Trudy Karel'skogo nauchnogo tsentra RAN = Transactions of Karelian Research Centre RAS. 2021;2:44–50. (In Russ.). doi: 10.17076/geo1355

Voytekhovskiy Yu. L., Zakharova A. A., Klimochkov M. D. Modeling petrographic structures. Paper 2. *Vestnik geonauk = Vestnik of Geosciences*. 2020;12: 32–35. (In Russ.). doi: 10.19110/geov.2020.12.3

Zakharova A. A., Voytekhovskiy Yu. L. Methodology for predicting the enrichment of apatite ores (Kirovsky mine, Kola Peninsula). *Obogashchenie rud = Mineral Processing Journal*. 2022;1:27–30. (In Russ.). doi: 10.17580/or.2022.01.05

Zakharova A. A., Voytekhovskiy Yu. L. Statistical forecast of ore dressing parameters based on observations in the sections. *Obogashchenie rud = Mineral Processing Journal*. 2024;2:27–31. (In Russ.). doi: 10.17580/or.2024.02.05

Поступила в редакцию / received: 24.04.2024; принята к публикации / accepted: 30.08.2024.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflict of interest.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Войтеховский Юрий Леонидович

д-р геол.-мин. наук, профессор, заведующий кафедрой геологии и геоэкологии

e-mail: vojtehovskij@ Herzen.spb.ru

Степенщиков Дмитрий Геннадьевич

канд. геол.-мин. наук, научный сотрудник

e-mail: dm706390@mail.ru

Захарова Алена Александровна

канд. геол.-мин. наук, ассистент кафедры минералогии, кристаллографии и петрографии

e-mail: zakharova.alena27614@gmail.com

CONTRIBUTORS:

Voytekhovskiy, Yury

Dr. Sci. (Geol.-Miner.), Professor, Head of Department of Geology and Geoecology

Stepenschikov, Dmitry

Cand. Sci. (Geol.-Miner.), Researcher

Zakharova, Alyona

Cand. Sci. (Geol.-Miner.), Assistant, Department of Mineralogy, Crystallography and Petrography