Труды Карельского научного центра РАН
№ 7. 2018. С. 40–45
DOI: 10.17076/mat816

УДК 519.144.1 + 519.16

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОИСКА ДЕРЕВЬЕВ ШТЕЙНЕРА В ПОТОКОВОЙ ЗАДАЧЕ ШТЕЙНЕРА

В. Д. Кукин

Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН, ФИЦ «Карельский научный центр РАН», Петрозаводск, Россия

Для потоковой задачи Штейнера на транспортной сети ранее был разработан двухуровневый композитный эволюционный алгоритм: на верхнем уровне ищется топология дерева, на нижнем – оптимальные координаты точек Штейнера для дерева с заданной топологией. В настоящей статье для решения задачи нижнего уровня предлагается вещественный эволюционный алгоритм, использующий модель онтогенеза. В нем применяется специальный оператор развития, основанный на случайной модификации метода покоординатного спуска, адаптированного для потоковой задачи.

Ключевые слова: потоковая задача Штейнера; оптимизация; дерево Штейнера; эволюционная модель; вещественный эволюционный алгоритм; оператор развития.

V. D. Kukin. OPTIMIZATION OF STEINER TREES SEARCH IN THE FLOW STEINER TREE PROBLEM

For the flow Steiner tree problem on a transport network, a two-level composite evolutionary algorithm was developed. At the upper level a tree topology is searched; at the low level optimal Steiner points' coordinates are searched for the three with a given topology. In this paper for solving the latter problem, a real-coded evolutionary algorithm is suggested. The algorithm uses an ontogenesis model and a special maturation operator. The operator is based on a random modification of the coordinate-wise-decent method adapted for the flow problem.

Keywords: flow Steiner tree problem; optimization; Steiner tree; evolutionary model; real-coded evolutionary algorithm; maturation operator.

Введение

Статья дополняет опубликованные ранее работы [3, 4, 6], посвященные эволюционному методу решения NP-трудной [2] потоковой задачи Штейнера в дискретно-непрерывной постановке [1]. Далее используются понятия и термины, введенные в [1] или известные из теории графов [9].

Модель потоковой задачи инварианта относительно направления потоков. Здесь она рассматривается на примере сети с одним стоком, множеством источников продукта с заданными мощностями и положением на местности. Строительные и транспортные затраты на участках сети зависят от величины потоков, которые суммируются в точках ветвления сети. Для уменьшения затрат вводятся дополнительные свободно размещаемые точки ветвления. При условии баланса потоков и полного перетока продукта из источников в сток требуется выбрать конфигурацию сети и положение точек ее ветвления, при которых затраты на строительство сети и транспортировку продукта минимальны.

Моделью сети является планарный граф. В данном случае граф — ориентированное к корню взвешенное дерево, на дугах которого задана неубывающая вогнутая весовая функция от величины потока. Дерево определяют: топология — отношения инцидентности между вершинами и дугами, представленные некоторой структурой данных; координаты n фиксированных терминальных вершин, где n называют размерностью задачи; координаты свободно размещаемых вершин — точек Штейнера (ТШ). Дерево с оптимальными координатами ТШ, минимальное для данной топологии, называют деревом Штейнера (ДШ). Минимальное дерево Штейнера (МДШ) — минимальное ДШ на множестве всех топологий для заданного множества терминальных вершин. Найти МДШ — значит найти дерево с оптимальной топологией и оптимальными координатами ТШ.

Считая вырожденные (нулевой длины) дуги полноправными элементами дерева, можно искать МДШ только среди деревьев с полной топологией, т. е. с максимальным числом ТШ, равным $(n-2)$ [1]. В таком дереве все терминальные вершины — висячие, а все внутренние вершины — ТШ, инцидентные трем дугам. Потоки на висячих дугах равны мощностям источников продукта, а поток на дуге, исходящей из каждой ТШ, равен сумме потоков на двух входящих в нее дугах.

Используя эволюционный подход к решению потоковой задачи, автор разработал: способ представления и принцип кодирования/декодирования полной топологии и оригинальные генетические операторы [3]; эволюционную модель и композитный эволюционный алгоритм (ЭА) [6]. Он быстро находит МДШ, а в задачах большой размерности — решения, близкие к МДШ. В [4] показано, что быстрая сходимость этого алгоритма обеспечивается оригинальными генетическими операторами и учетом специфики потоковой задачи.

В эволюционной модели [6] топология и координаты ТШ дерева трактуются соответственно как хромосома и набор фенотипических признаков особи. По характеру операций, выполняемых над деревом, в работе композитного ЭА можно выделить два уровня. На верхнем — операции с хромосомой: генерируется или изменяется топология дерева [3, 6]. На нижнем уровне — работа с фенотипом: в дереве с заданной топологией вычисляются начальные координаты ТШ, значения которых затем оптимизируются. Хотя задачи этого уровня не так сложны, как верхнего, они превосходят последние на много порядков по общему числу выполняемых операций. Поэтому оптимизация поиска ДШ в композитном алгоритме — актуальная проблема. В настоящей статье для поиска ДШ предлагается вещественный эволюционный алгоритм (ВЭА) с оптимизированными параметрами, который был выбран в результате экспериментальных исследований.

После того как математическое сообщество приняло идею вещественного кодирования, разработано много вещественных генетических алгоритмов (ВГА) для задач непрерывной оптимизации, решения которых представлены векторами. В этих алгоритмах используется модель эволюции популяции хромосом, в которой хромосома отождествляется с вещественным вектором, а гены — с его компонентами. Точечные или групповые операции с генами выполняют с помощью различных операторов кроссинговера и мутаций [12, 13].

Эволюционный подход к задаче поиска ДШ ранее не применялся. В предлагаемом ВЭА использована модель онтогенеза — индивидуального развития особи. Координаты ТШ трактуются как набор фенотипических признаков особи с фиксированной хромосомой, а отдельный признак — как ген со сложной структурой. Хотя такое представление о гене появилось еще в тридцатые годы прошлого века, в известных эволюционных моделях оно не встречается.

Для ВЭА разработан специальный оператор, названный оператором развития (the maturation operator). Он выполняет заданное нормой (управляющим параметром) число операций с набором признаков, изменяя их значения случайным образом. Отдельная операция реализована с помощью случайной модификации метода покоординатного спуска [10], адаптированного для потоковой задачи Штейнера. Обычно этот метод применяется в итеративных алгоритмах локальной оптимизации, в частности, в алгоритме для поиска локально оптимальных деревьев в евклидовой задаче Штейнера [8]. Использование этого метода при разработке оператора повышает эффективность поиска альтернативных решений задачи. Вычислительные эксперименты показали, что сложность ВЭА близка к линейной.

В разделе 1 статьи рассматривается математическая модель задачи и построение исходного дерева; в разделе 2 — случайная модификация метода покоординатного спуска, адаптированного для потоковой задачи; в разделе 3 — вещественный эволюционный алгоритм поиска ДШ с оптимизированными параметрами.

1. Постановка задачи и построение исходного дерева

1.1. Математическая модель

Пусть A — ориентированное к корню дерево, на дугах которого задана неубывающая вогнутая весовая функция w от величины потока; T — множество полных топологий дерева.

Обозначим $A_\tau = (V, D_\tau)$ дерево с заданной топологией $\tau \in T$, множеством вершин V и множеством дуг $D_\tau = \{(i,j) \,|\, i,j \in V\}$. Пронумеруем вершины A_τ и представим их в виде $V = V_0 \cup V_S$, где $V_0 = \{i = 1 \div n,\ i = 1 - \text{корень}\}$ — терминальные вершины; $V_S = \{i = (n+1) \div (2n-2)\}$ — точки Штейнера; $|V| = 2n-2$. Рассмотрим множество $X = X_0 \cup X_S$, где $X_0 = \{(x_i, y_i) \,|\, x_i, y_i \in R^+,\ i = 1 \div n\}$ — координаты терминальных вершин; $X_S = \{(x_i, y_i) \,|\, x_i, y_i \in R^+,\ i = (n+1) \div (2n-2)\}$ — искомые координаты ТШ. Сопоставим дугам $(i,j) \in D_\tau$: длины $l_{(i,j)} = ((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2)^{1/2}$ и величины потоков $q_{(i,j)}$. Источники продукта с мощностями $M_0 = \{m_i \in R^+ \,|\, i = 2 \div n\}$ на дугах, исходящих из терминальных вершин $i \neq 1$, порождают $q_{(i,j)} = m_i$. Потоки $q_{(i,j)}$ на дугах, исходящих из ТШ, равны сумме потоков на дугах, входящих в эти ТШ. Определим значения весовой функции (веса дуг) $w_{(i,j)} = k_{(i,j)} + c_{(i,j)} q_{(i,j)}$, где $k_{(i,j)} > 0$ — удельные капитальные затраты, $c_{(i,j)} > 0$ — удельные транспортные затраты. Требуется найти такие координаты ТШ, при которых сумма $S(A_\tau)$ взвешенных длин дуг $w_{(i,j)} l_{(i,j)}$ дерева A_τ минимальна.

Математическая модель задачи имеет вид:

$$S(A_\tau) = \sum_{(i,j) \in D_\tau} (k_{(i,j)} + c_{(i,j)} q_{(i,j)}) l_{(i,j)} \to \min_{X_S \in R^2_+}.$$

Эта задача многопараметрической оптимизации состоит в поиске ДШ, т. е. в оптимизации координат $(n-2)$ точек Штейнера в дереве с заданной топологией.

1.2. Начальные значения координат ТШ

Поиску ДШ предшествует построение исходного дерева (или поддерева) с заданной топологией. Начальные значения координат ТШ любого дерева, кроме прародителя (дерева со специальной топологией [3]), наследуются от предыдущего этапа решения. Для прародителя и поддеревьев они вычисляются с помощью следующей эвристики. По заданной топологии формируется очередь перебора ТШ, состоящая из номеров ТШ. Построенная по признаку удаленности от корня, она может применяться в прямом или обратном порядке. В данном случае она используется по направлению от периферии к корню дерева. Сначала координатам каждой ТШ из очереди перебора последовательно присваиваются значения координат середины отрезка, связывающего эту ТШ со смежными начальными вершинами входящих дуг. Затем каждая ТШ из очереди перебора сдвигается по исходящей дуге на две трети ее длины. Эта эвристика дает хорошее начальное приближение, так как во всех четырехточечных фрагментах дерева уменьшаются длины самых «тяжелых» дуг, что значительно уменьшает число итераций поискового алгоритма.

2. Метод поиска ДШ и его адаптация

2.1. Выбор метода

Как было отмечено ранее, в композитном ЭА для потоковой задачи Штейнера различают два уровня. На верхнем изменяется топология текущего дерева. На нижнем уровне вычисляются начальные координаты ТШ дерева с заданной топологией, значения которых затем оптимизируются. На поддеревьях фиксированной размерности, выделяемых в дереве [3], это чередование уровней происходит многократно: на каждом поддереве формируются все полные топологии, вычисляются начальные координаты ТШ, находятся все ДШ и лучшее встраивается в дерево. После операций с поддеревьями оптимизируются координаты ТШ всего дерева.

Затраты времени на решение потоковой задачи существенно увеличиваются с ростом числа оптимизируемых параметров. К тому же резко возрастает общее число топологий, генерируемых на верхнем уровне алгоритма, и соответственно увеличиваются затраты времени на решение множества задач на нижнем уровне. Таким образом, эффективность алгоритма поиска ДШ — актуальная проблема для решения потоковых задач Штейнера большой размерности.

Последовательно были рассмотрены несколько алгоритмов поиска ДШ, в которых использовались методы случайного поиска [10]. На первый взгляд методы многопараметрической оптимизации выглядели наиболее перспективными. Сначала был разработан алгоритм с направляющим конусом [5]. Вектор памяти, введенный в алгоритм с самообучением, рассматривался в $(2n-2)$-мерном пространстве параметров. После удачного шага компоненты вектора рекуррентно пересчитываются. В задачах небольшой размерности метод оказался весьма эффективным. Однако с ростом числа оптимизируемых параметров затраты времени на поиск ДШ резко возрастали из-за нелинейной вычислительной сложности алгоритма. От его применения пришлось отказаться.

Бесперспективным оказался и градиентный алгоритм с парными пробами. С ростом размерности задачи резко возрастали затраты времени на вычисление градиентов из-за нелинейной сложности алгоритма.

Последним рассматривался ВЭА, вычислительная сложность которого оказалась практически линейной. При его разработке использовалась модель онтогенеза со специальным оператором развития, основанным на случайной модификации метода покоординатного спуска, адаптированного для потоковой задачи.

2.2. Адаптация метода покоординатного спуска

Пусть A_τ — дерево с заданной топологией $\tau \in T$; $X_S = \{(x_i, y_i) \,|\, x_i, y_i \in R^+, \ i = (n+1) \div (2n-2)\}$ — текущие координаты ТШ; I — очередь перебора ТШ. Случайная модификация метода покоординатного спуска сводит решение многопараметрической задачи к решению $(n-2)$ однопараметрических задач. Используя случайные пробы, ищутся улучшения значений целевой функции по каждой паре $(x_i, y_i) \in X_S$ при условии, что (x_j, y_j), $j \neq i$, остаются неизменными. Решение однопараметрической задачи состоит в том, чтобы для каждой ТШ найти такие координаты, при которых суммарные затраты на трех дугах, инцидентных этой ТШ, минимальны.

Адаптация метода для потоковой задачи включает организацию циклов покоординатного спуска и случайных проб с рекуррентными формулами для рабочего шага. Цикл покоординатного спуска использует очередь I перебора ТШ. Установлено, что здесь оптимальным является перебор ТШ в направлении от корня дерева к его периферии. При этом быстро находится устойчивая конфигурация в прикорневой области дерева [4]. Дальнейшие улучшения значения целевой функции происходят в основном за счет оптимизации координат ТШ в средней части дерева, что влияет на выбор оптимального числа случайных проб.

Для каждой i-й ТШ из очереди I выполняется цикл из pr случайных проб. Новые значения в каждой паре $(x_i, y_i) \in X_S$ выбираются по первой пробе, давшей улучшение значения целевой функции. Нет смысла выполнять оставшиеся пробы: вследствие взаимодействия между всеми ТШ при повторении цикла градиент в каждой ТШ может непредсказуемо меняться.

Рекуррентные формулы для $(N+1)$ рабочего шага метода при $\forall i \in I$ имеют вид:

$$\begin{cases} x_i^{N+1} = x_i^N + (p_x - 0,5)R, \\ y_i^{N+1} = y_i^N + (p_y - 0,5)R, \text{ если } \Delta s_i^{N+1} > 0, \\ x_i^{N+1} = x_i^N, \quad y_i^{N+1} = y_i^N \ - \text{ иначе.} \end{cases}$$

В этих формулах (x_i^N, y_i^N) и (x_i^{N+1}, y_i^{N+1}) — координаты i-й ТШ до и после пробы; p_x, p_y — случайные числа, равномерно распределенные в интервале $(0,1)$; $\Delta s_i^{N+1} = s_i^N - s_i^{N+1}$ — изменение значения целевой функции после пробы, где s_i^N, s_i^{N+1} — суммарные затраты на трех дугах, инцидентных ТШ с координатами до и после пробы; R — радиус круга $K(i,R)$ с центром в i-й ТШ с координатами (x_i^N, y_i^N).

Таким образом, на $(N+1)$ шаге случайная проба для i-й ТШ выполняется так, что точка со случайными координатами (x_i^{N+1}, y_i^{N+1}) попадает в круг $K(i,R)$. В процессе статистических испытаний установлена зависимость оптимального значения радиуса R от густоты сети C. Если C определить как среднее расстояние от каждой терминальной вершины до ближайшей терминальной, то $R = 0,31C$.

3. Алгоритм поиска ДШ

3.1. Моделирование онтогенеза

Выше отмечено, что при разработке ВЭА использовалась модель онтогенеза, в которой множество X_S координат ТШ трактуется как набор фенотипических признаков особи, изменяющихся с течением времени. Процесс онтогенеза имитируется с помощью оператора развития, выполняющего заданное нормой k число операций. Одна операция представляет собой цикл, основанный на рассмотренном выше методе покоординатного спуска и управляемый очередью перебора I.

Геометрический смысл действий оператора состоит в том, чтобы в некоторой окрестности каждой ТШ найти новое положение этой точки, которое может улучшить значение целевой функции. Если изменилось положение одной ТШ, то вследствие взаимодействия между ТШ есть вероятность оптимизации положений других. Именно поэтому оператор выполняется многократно. Формирование фенотипа особи происходит в результате поэтапных применений оператора развития, разделенных частичными рестартами. В отличие от полных рестартов они сохраняют преемственность признаков.

Набор X_S признаков считаем устойчивым на отдельном этапе развития особи, если относительное улучшение значения целевой функции на нем не превышает заданный порог. Набор X_S признаков считаем оптимальным, если он устойчив на нескольких последовательных этапах развития.

3.2. Схема алгоритма

Для описания схемы ВЭА введем обозначения: t — счетчик последовательных этапов; $S(A_\tau)$ и $S(A'_\tau)$ — значения целевой функции до и после очередного этапа соответственно; $\Delta S(A_\tau)$ — относительное улучшение значения целевой функции после очередного этапа; ε — минимальный порог для $\Delta S(A_\tau)$; $count$ — заданное число последовательных этапов в пределах ε.

Пусть известны X_S и $S(A_\tau)$ — начальный набор признаков и соответствующее значение целевой функции. Схема алгоритма имеет вид:

1. Обнулить счетчик этапов развития особи: $t = 0$.
2. Применить к текущему набору X_S оператор развития.
3. Вычислить $\Delta S(A_\tau) = |(S(A_\tau) - S(A'_\tau))/S(A_\tau)|$.
4. Если $\Delta S(A_\tau) > \varepsilon$, обновить X_S, $S(A_\tau) = S(A'_\tau)$ и перейти к 1, иначе $t = t + 1$.
5. Если $t < count$, перейти к 2, иначе останов.

При поиске ДШ оператор развития используется со следующими оптимизированными параметрами: $pr = 5$ — число случайных проб, $k = 100$ — норма оператора. Для оценки относительного улучшения значения целевой функции задан порог $\varepsilon = 0,001$. Это значение рассчитано для практических задач большой размерности с погрешностью входной информации в 3 %. Такой порог применялся и при решении тестовых задач со случайными данными. В алгоритме принят критерий останова «по счету три», т. е. $count = 3$. Это значит, что на трех последовательных этапах значения $\Delta S(A_\tau)$ не превышали заданный порог ε. В задачах размерности n от 11 до 1000 по экспериментальной оценке требуется от 7 до 9 рестартов по «счету три». При этом максимальное число пробных изменений координат ТШ находится в интервале $(35 \cdot 10^2, 45 \cdot 10^2)$. Это позволяет считать вычислительную сложность ВЭА близкой к линейной.

Как было отмечено, в композитном алгоритме решается множество задач поиска ДШ на поддеревьях ($n < 10$). Установлено, что для них достаточно однократного применения оператора развития с параметрами $k = 50$, $pr = 3$.

ВЭА прошел успешное тестирование вместе с композитным ЭА для потоковой задачи Штейнера на кластере КарНЦ РАН [7]. В вычислительных экспериментах использовались тесты из OR-Library [11] для задачи Штейнера без потоков как частного случая потоковой задачи с нулевыми значениями мощностей источников, а также соответствующие тесты, адаптированные для потоковой задачи. Результаты экспериментов приведены в [6].

Заключение

В статье рассмотрен эволюционный подход к задаче оптимизации координат точек Штейнера в дереве с заданной топологией. Эта задача решается на нижнем уровне двухуровневого композитного эволюционного алгоритма, ранее разработанного для потоковой задачи Штейнера, на верхнем уровне которого изменяется топология. Для рассматриваемой задачи впервые предложен вещественный эволюционный алгоритм. Его вычислительная сложность близка к линейной. В алгоритме использована модель онтогенеза со специальным оператором развития. Он основан на случайной модификации метода покоординатного спуска, адаптированного для потоковой задачи Штейнера. Для алгоритма и оператора в ходе серий экспериментов получены оптимальные управляющие параметры.

Финансовое обеспечение исследований осуществлялось из средств федерального бюджета на выполнение государственного задания КарНЦ РАН (Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН).

Литература

1. *Гилберт Э. Н., Поллак Г. О.* Минимальные деревья Штейнера // Кибернетический сборник, новая серия. Вып. 8. М.: Мир, 1971. С. 19–49.

2. *Гэри М., Джонсон Д.* Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982. 416 с.

3. *Кукин В. Д.* Генетические операторы эволюционной модели для потоковой задачи Штейнера // Известия РАН. ТиСУ. 2010. № 2. С. 74–80.

4. *Кукин В. Д.* Гипотеза о «большой долине» для потоковой задачи Штейнера // Известия РАН. ТиСУ. 2015. № 1. С. 72–78. doi: 10.7868/S0002338815010096

5. *Кукин В. Д.* Локальная оптимизация лесотранспортной сети с помощью аналога задачи Штейнера // Системы автоматизированного проектирования лесотранспорта и лесомелиорации. Петрозаводск: Карел. фил. АН СССР, 1984. С. 12–17.

6. *Кукин В. Д.* Эволюционная модель для задачи Штейнера с потоками и зависящими от них весами // Известия РАН. ТиСУ. 2008. № 3. С. 115–123.

7. Кластер КарНЦ РАН: cluster.krc.karelia.ru (дата обращения: 14.09.2017).

8. *Лотарев Д. Т., Супрун А. В., Уздемир А. П.* Локальная оптимизация в задаче Штейнера на евклидовой плоскости // Автоматика и телемеханика. 2004. Вып. 7. С. 60–70.

9. *Оре О.* Теория графов. М.: Наука, 1980. 336 с.

10. *Растригин Л. А.* Системы экстремального управления. М.: Наука, 1974. 630 с.

11. *Beasley J. E.* OR-Library: Distributing Test Problems by Electronic Mail // Journal of the Operational Research Society. 1990. Vol. 41, iss. 11. P. 1069–1072. doi: 10.1057/jors.1990.166

12. *Herrera F., Lozano M., Verdegay J. L.* Tackling Real-coded Genetic Algorithms: Operators and Tools for Behavioural Analysis // Artificial Intelligence Review. 1998. Vol. 12, iss. 4. P. 265–319. doi: 10.1023/A:1006504901164

13. *Michalewicz Z., Logan T. D., Swaminathan S.* Evolutionary operators for continuous convex parameter space // Proceedings of the 3rd Annual Conference on Evolutionary Programming. 1994. P. 84–97. doi: 10.1142/9789814534116

Поступила в редакцию 14.03.2018

References

1. *Gilbert E. N., Pollak H. O.* Steiner minimal trees. *SIAM J. Appl. Math.* 1968. Vol. 16, iss. 1. P. 1–29.

2. *Garey M. R., Johnson D. S.* Computers and Interactability: A Guide to the Theory of NP completeness. Freeman, San Francisco, 1979; Moscow: Mir, 1982. 416 p.

3. *Kukin V. D.* Genetic operators of an evolutionary model for the Steiner flow problem. *Journal of Computer and Systems Sciences International.* 2010. Vol. 49, iss. 2. P. 227–233. doi: 10.1134/S1064230710020085

4. *Kukin V. D.* The Big Valley conjecture for the flow Steiner tree problem. *Journal of Computer and Systems Sciences International.* 2015. Vol. 54, iss. 1. P. 69–76. doi: 10.1134/S1064230715010098

5. *Kukin V. D.* Lokal'naya optimizatsiaya lesotransportnoi seti s pomoshch'yu analoga zadachi Shteinera [Local optimization of a forest transportation network with the help of an analogue of the Steiner problem]. *CAD Systems for Forest Transport and Forest Reclamation.* Petrozavodsk: Karel. f. AN SSSR, 1984. P. 12–17.

6. *Kukin V. D.* Evolutionary model for the Steiner tree problem with flow-dependent weights. *Journal of Computer and Systems Sciences International.* 2008. Vol. 47, iss. 3. P. 447–454. doi: 10.1134/S1064230708030143

7. Link for the KarRC RAS cluster: http://cluster.krc.karelia.ru/index.php?plang=e (accessed: 14.09.2017).

8. *Lotarev D. T., Suprun A. V., Uzdemir A. P.* Local optimization in the Steiner problem on the Euclidean plane. *Automation and Remote Control.* 2004. Vol. 65, iss. 7. P. 1089–1098. doi: 10.1023/B:AURC.0000038715.76668.83

9. *Ore O.* Theory of Graphs. Am. Math. Soc., Providence, RI. 1962. 279 p.

10. *Rastrigin L. A.* Sistemy ekstremal'nogo upravleniya [Systems of extremal control]. Moscow: Nauka, 1974. 630 p.

11. *Beasley J. E.* OR-Library: Distributing Test Problems by Electronic Mail. *Journal of the Operational Research Society.* 1990. Vol. 41, iss. 11. P. 1069–1072. doi: 10.1057/jors.1990.166

12. *Herrera F., Lozano M., Verdegay J. L.* Tackling Real-coded Genetic Algorithms: Operators and Tools for Behavioural Analysis. *Artificial Intelligence Review.* 1998. Vol. 12, iss. 4. P. 265–319. doi: 10.1023/A:1006504901164

13. *Michalewicz Z., Logan T. D., Swaminathan S.* Evolutionary operators for continuous convex parameter space. *Proceed. the 3rd Annual Conf. Evolutionary Programming.* 1994. P. 84–97. doi: 10.1142/9789814534116

Received March 14, 2018

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ:

Кукин Валерий Дмитриевич
научный сотрудник
Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН, Федеральный исследовательский центр «Карельский научный центр РАН»
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
Республика Карелия, Россия, 185910
эл. почта: kukin_v@krc.karelia.ru
тел.: (8142) 766312

CONTRIBUTOR:

Kukin, Valery
Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Centre,
Russian Academy of Sciences
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk,
Karelia, Russia
e-mail: kukin_v@krc.karelia.ru
tel.: (8142) 766312