Труды Карельского научного центра РАН
№ 7. 2018. С. 34–39
DOI: 10.17076/mat794

УДК 004.01:006.72 (470.22)

ГЛОБАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ В МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОЙ ШУМПЕТЕРОВСКОЙ ДИНАМИКИ

А. Н. Кириллов, А. М. Сазонов

Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН, ФИЦ «Карельский научный центр РАН», Петрозаводск, Россия

В статье предлагается математическая модель шумпетеровской динамики. Вводится понятие емкости экономической ниши. Исследуется устойчивость распределения капитала по уровням технологического развития.

Ключевые слова: динамические системы; шумпетеровская динамика; устойчивость.

A. N. Kirillov, A. M. Sazonov. GLOBAL STABILITY IN MODEL OF NON-LINEAR SCHUMPETERIAN DYNAMICS

The mathematical model of Schumpeterian dynamics is proposed. The notion of economical niche volume is introduced. The stability of capital distribution over levels of technological development is investigated.

Keywords: dynamic systems; Schumpeterian dynamics; stability.

Введение

Австрийский экономист Й. Шумпетер в 1939 году предложил концепцию эндогенного экономического роста. Согласно Шумпетеру, в основе роста лежат два процесса: создание новых технологий (инновации) и их заимствование (имитации). В работе К. Иваи [7, 8] предложена первая математическая модель этой теории, получившая продолжение в работах В. М. Полтеровича, Г. М. Хенкина, А. А. Шананина [2, 4–6]. В представленной работе авторы, развивая подход Полтеровича — Хенкина, строят математические модели шумпетеровской динамики, в которых учитывается ограниченность возможностей роста на основе введенного понятия емкости экономической ниши. Под емкостью экономической ниши понимается некоторая предельная величина суммарного капитала, при которой скорость роста снижена настолько, что увеличение капитала не происходит. Также предлагается подход к моделированию процесса создания новых технологий, основанный на динамической системе с переменной размерностью. Найдены равновесия построенных динамических моделей и доказана их устойчивость в целом.

Модели динамики капитала без амортизации

Двухуровневая модель

Пусть $C_i, i = 1, 2$ – суммарный капитал отрасли на уровне эффективности i (одно и то же предприятие может иметь капитал на различных уровнях), V_i – емкость экономической ниши на уровне i, φ_i – доля средств, которую предприятия на уровне i тратят на развитие производства на уровне $i + 1$, λ_i – удельная себестоимость товара на уровне i (стоимость производства единицы товара в единицу времени).

Тогда

$$\begin{cases}\dot{C}_1 = \frac{1-\varphi_1}{\lambda_1} C_1 (V_1 - C_1) \\ \dot{C}_2 = \frac{1-\varphi_2}{\lambda_2} C_2 (V_2 - C_2) + \varphi_1 C_1. \end{cases} \quad (1)$$

Обозначим $a_i = \frac{1-\varphi_i}{\lambda_i}$, $i = 1, 2$.

Приравнивая правые части к 0, получаем положения равновесия: $(0,0), (0,V_2), (V_1, C_2{}^*)$, где $C_2{}^* = \frac{V_2 + \sqrt{V_2{}^2 + \frac{4\varphi_1}{a_2} V_1}}{2}$.

Теорема 1. *Для двухуровневой модели динамики капитала с разными емкостями экономической ниши для каждого уровня без амортизации имеет место локальная асимптотическая устойчивость положения равновесия $P = (V_1, C_2{}^*)$ и неустойчивость других положений равновесия.*

Доказательство. Для доказательства теоремы мы используем первый метод Ляпунова в частном случае, соответствующем автономной системе, а именно теорему об асимптотической устойчивости по первому приближению.

Обозначим

$$f_1 = \frac{1-\varphi_1}{\lambda_1} C_1 (V_1 - C_1)$$

$$f_2 = \frac{1-\varphi_2}{\lambda_2} C_2 (V_2 - C_2) + \varphi_1 C_1.$$

Находим матрицу Якоби $f' = \{\frac{\partial f_i}{\partial C_j}\}$, $i, j = 1, 2$.

$$f' = \begin{pmatrix} -2a_1 C_1 + a_1 V_1 & 0 \\ \varphi_1 & -2a_2 C_2 + a_2 V_2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Вычисляем характеристические многочлены для положений равновесия, находим собственные числа и сравниваем их вещественные части с нулем:

$$det(f'(V_1, C_2{}^*) - \lambda E) = \quad (3)$$

$$= \begin{vmatrix} -a_1 V_1 - \lambda & 0 \\ \varphi_1 & -a_2 \sqrt{V_2{}^2 + \frac{4\varphi_1}{a_2} V_1} - \lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (-a_1 V_1 - \lambda)(-a_2 \sqrt{V_2{}^2 + \frac{4\varphi_1}{a_2} V_1} - \lambda) = 0.$$

Получаем, $\lambda_1 = -a_1 V_1 < 0$, $\lambda_2 = -a_2 \sqrt{V_2{}^2 + \frac{4\varphi_1}{a_2} V_1} < 0$, то $(V_1, C_2{}^*)$ локально асимптотически устойчиво.

$$det(f'(0, V_2) - \lambda E) = \begin{vmatrix} a_1 V_1 - \lambda & 0 \\ \varphi_1 & -a_2 V_2 - \lambda \end{vmatrix} = \quad (4)$$

$$= (a_1 V_1 - \lambda)(-a_2 V_2 - \lambda) = 0.$$

Поскольку $\lambda_1 = a_1 V_1 > 0$, то $(0, V_2)$ неустойчиво.

$$det(f'(0,0) - \lambda E) = \begin{vmatrix} a_1 V_1 - \lambda & 0 \\ \varphi_1 & a_2 V_2 - \lambda \end{vmatrix} = \quad (5)$$

$$= (a_1 V_1 - \lambda)(a_2 V_2 - \lambda) = 0.$$

Здесь $\lambda_1 = a_1 V_1 > 0$, $\lambda_2 = a_2 V_2 > 0 \Rightarrow (0,0)$ неустойчиво.

□

Далее исследуем глобальную устойчивость положения равновесия $(V_1, C_2{}^*)$.

Теорема 2. *Для двухуровневой модели динамики капитала с разными емкостями экономической ниши для каждого уровня без амортизации имеет место глобальная устойчивость положения равновесия $P = (V_1, C_2{}^*)$.*

Доказательство. Все пространство R^2 разбивается изоклинами $C_1 = V_1$ и $C_2 = \tilde{C}_2 = \frac{V_2 + \sqrt{V_2{}^2 + \frac{4\varphi_1}{a_2} C_1}}{2}$ на четыре области D_i, $i = 1, .., 4$ в зависимости от $C_1 > / < V_1$, $C_2 > / < \tilde{C}_2$ (см. рис. 1).

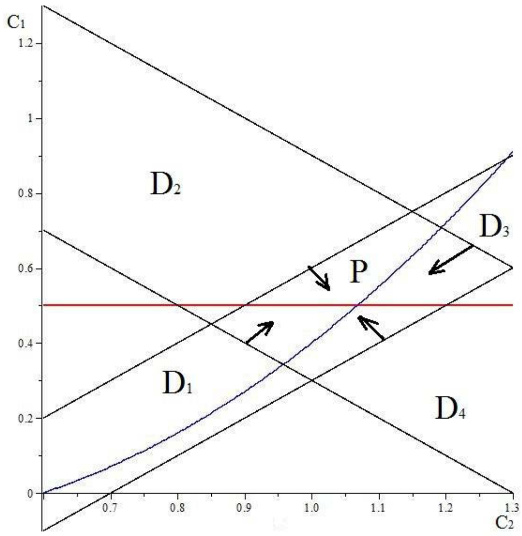

Рис. 1. Фазовый портрет (2 ЕЭН без амортизации)
Fig. 1. Phase portrait (2 ENV without amortization)

$$f_1 = \dot{C}_1 > 0 \Leftrightarrow C_1 < V_1$$

$$f_2 = \dot{C}_2 > 0 \Leftrightarrow C_2 < \tilde{C}_2.$$

Определим знаки правых частей в областях D_i:

- В D_1: $f_1 > 0, f_2 > 0$
- В D_2: $f_1 < 0, f_2 > 0$
- В D_3: $f_1 < 0, f_2 < 0$
- В D_4: $f_1 > 0, f_2 < 0$.

Ограничим положение равновесия $(V_1, C_2{}^*)$ четырехугольником E. В качестве его границ используем отрезки прямых:

- Для D_1: $C_1 + C_2 = r$
- Для D_2: $-C_1 + C_2 = r$
- Для D_3: $-C_1 - C_2 = r$
- Для D_4: $C_1 - C_2 = r$.

Рассмотрим область D_1.
Нормаль к прямым $C_1 + C_2 = r$: $\overline{n} = (1, 1)$.
Тогда
$$(\overline{n}, \overline{f}) = f_1 + f_2 > 0. \tag{6}$$

Следовательно, траектории в области D_1 образуют острый угол с нормалями к границе E, лежащей в данной области, а значит, они пересекают данную границу снаружи внутрь. Поэтому траектории в D_1 сколь угодно близко подходят к положению равновесия.

Аналогично для остальных областей D_i.

Таким образом, имеет место глобальная асимптотическая устойчивость положения равновесия $(V_1, C_2{}^*)$. □

Произвольное число уровней

Обозначим N число уровней эффективности. Тогда аналогично случаю двух уровней получим

$$\begin{cases} \dot{C}_1 = \frac{1-\varphi_1}{\lambda_1} C_1(V_1 - C_1) \\ \dot{C}_i = \frac{1-\varphi_i}{\lambda_i} C_i(V_i - C_i) + \varphi_{i-1} C_{i-1}, i = 2, .., N. \end{cases}$$

Обозначим $a_i = \frac{1-\varphi_i}{\lambda_i}$, $i = 1, .., N$.

Приравнивая правые части к 0, получаем положения равновесия: $(0, ..., 0)$, $(0, ..., 0, V_{N-1}, C_N{}^*)$, ..., $(V_1, C_2{}^*, ..., C_N{}^*)$, где $C_i{}^* = \frac{V_i + \sqrt{V_i{}^2 + \frac{4\varphi_{i-1}}{a_i} V_{i-1}}}{2}$, $i = 2, .., N$.

Теорема 3. *Для N-уровневой модели динамики капитала с разными емкостями экономической ниши для каждого уровня без амортизации имеет место локальная асимптотическая устойчивость положения равновесия $(V_1, C_2{}^*, ..., C_N{}^*)$ и неустойчивость других положений равновесия.*

Доказательство. Для доказательства теоремы используем первый метод Ляпунова в частном случае, соответствующем автономной системе, а именно теорему об асимптотической устойчивости по первому приближению.

Обозначим

$$f_1 = \frac{1-\varphi_1}{\lambda_1} C_1(V_1 - C_1)$$

$$f_i = \frac{1-\varphi_i}{\lambda_i} C_i(V_i - C_i) + \varphi_{i-1} C_{i-1}, i = 2, .., N.$$

Находим матрицу Якоби $f' = \{\frac{\partial f_i}{\partial C_j}\}$, $i, j = 1, .., N$, где

$$f'_{i,i} = -2a_i C_i + a_i V_i$$

$$f'_{i,i-1} = \varphi_1$$

$$f'_{i,j} = 0, i \neq i, i-1.$$

Вычисляем характеристический многочлен для положения равновесия $(V_1, C_2{}^*, ..., C_N{}^*)$, находим собственные числа и сравниваем их вещественные части с нулем:

$$det(f'(V_1, C_2{}^*, ..., C_N{}^*) - \lambda E) = \tag{7}$$
$$= \begin{vmatrix} -a_1 V_1 - \lambda & 0 \\ \varphi_1 & -a_2 \sqrt{V_2{}^2 + \frac{4\varphi_1}{a_2} V_1} - \lambda \end{vmatrix} =$$
$$= (-a_1 V_1 - \lambda)(-a_2 \sqrt{V_2{}^2 + \frac{4\varphi_1}{a_2} V_1} - \lambda) \dots$$
$$\dots (-a_N \sqrt{V_N{}^2 + \frac{4\varphi_{N-1}}{a_N} V_{N-1}} - \lambda) = 0.$$

Получаем, $\lambda_1 = -a_1 V_1 < 0$, $\lambda_i = -a_i \sqrt{V_i{}^2 + \frac{4\varphi_{i-1}}{a_i} V_{i-1}} < 0 \Rightarrow (V_1, C_2{}^*, ..., C_N{}^*)$ локально асимптотически устойчиво.

Очевидно, если $C_i = 0 \Rightarrow \lambda_i = a_i V_i > 0$ $\Rightarrow$ остальные положения равновесия неустойчивы.

$$det(f'(0, V_2) - \lambda E) = \begin{vmatrix} a_1 V_1 - \lambda & 0 \\ \varphi_1 & -a_2 V_2 - \lambda \end{vmatrix} = \tag{8}$$
$$= (a_1 V_1 - \lambda)(-a_2 V_2 - \lambda) = 0.$$

Поскольку $\lambda_1 = a_1V_1 > 0 \Rightarrow (0, V_2)$ неустойчиво.

$\square$

Далее исследуем глобальную устойчивость положения равновесия $(V_1, {C_2}^*, ..., {C_N}^*)$.

Теорема 4. *Для N-уровневой модели динамики капитала с разными емкостями экономической ниши для каждого уровня без амортизации имеет место глобальная устойчивость положения равновесия* $(V_1, {C_2}^*, ..., {C_N}^*)$.

Доказательство. Все пространство R^N разбивается на 2^N областей в зависимости от $C_1 > / < V_1$, $C_i > / < \tilde{C}_i$, где $\tilde{C}_i = \frac{V_i + \sqrt{{V_i}^2 + \frac{4\varphi_{i-1}}{a_i}C_{i-1}}}{2}$

$$\dot{C}_1 > 0 \Leftrightarrow C_1 < V_1$$

$$\dot{C}_i > 0 \Leftrightarrow C_i < \tilde{C}_i.$$

В качестве границ области E, которой принадлежит положение равновесия $(V_1, {C_2}^*, ..., {C_N}^*)$, используем гиперплоскости:

$$A_1C_1 + \ldots + A_NC_N = r > 0,$$

где

$$\begin{cases} A_1 = 1 & C_1 < V_1 \\ A_1 = -1 & C_1 > V_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_i = 1 & C_i < \tilde{C}_i \\ A_1 = -1 & C_i > \tilde{C}_i. \end{cases}$$

Нормали к данным гиперплоскостям $\overline{n} = (A_1, \ldots, A_N)$.

A_i и f_i имеют одинаковый знак для любой области, поэтому

$$(\overline{n}, \overline{f}) = A_1f_1 + \ldots + A_Nf_N > 0 \qquad (9)$$

Следовательно, траектории образуют острый угол с нормалями, а значит, они пересекают данные гиперплоскости снаружи внутрь. Поэтому все траектории сколь угодно близко подходят к положению равновесия, таким образом, имеет место его глобальная асимптотическая устойчивость.

$\square$

Двухуровневая модель динамики капитала с амортизацией

Обозначим μ_2 интенсивность амортизации для уровня 2, φ_i – доля средств, которую предприятия на уровне i тратят на развитие производства на текущем уровне i.

Тогда

$$\begin{cases} \dot{C}_1 = \frac{\varphi_1}{\lambda_1}C_1(V_1 - C_1) + \mu_2C_2 \\ \dot{C}_2 = \frac{\varphi_2}{\lambda_2}C_2(V_2 - C_2) + (1-\varphi_1)C_1 - \mu_2C_2. \end{cases}$$

Теорема 5. *Существует единственное положение равновесия* $P = ({C_1}^*, {C_2}^*)$ *такое, что* $C_1 > 0$, $C_2 > 0$.

Доказательство. Рассмотрим изоклины $\dot{C}_i = 0$ и их поведение в 1-й четверти R^2.

Возможны два случая: либо часть изоклины $\dot{C}_2 = 0$ в первой четверти начинается в точке $(0, V_2 - \frac{\mu_2}{a_2})$ (при $V_2 > \frac{\mu_2}{a_2}$), либо в точке $(0,0)$ (при $V_2 \leqslant \frac{\mu_2}{a_2}$) (см. 2, 3).

Обозначим

$$f(x) = \frac{y_0 + \sqrt{{y_0}^2 + 4x}}{2}$$

$$g(x) = x(x - v)$$

$$F(x) = f(x) - g(x).$$

Очевидно, $F(v) > 0$.

$$f(x) = \frac{y_0 + \sqrt{{y_0}^2 + 4x}}{2}$$

$$g(x) = x(x - v).$$

Обе функции возрастающие, однако

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{{y_0}^2 + 4x}} \to 0, x \to \infty$$

$$g'(x) = 2x - v \to \infty, x \to \infty.$$

Следовательно, $\exists x^* : \forall x > x^* f'(x) < g'(x)$, т. е. $F'(x) < 0$ при $x > x^*$. Поэтому $\exists \tilde{x} : \forall x > \tilde{x} F(x) < 0$.

Итак,

1. $F(x) < 0, x > \tilde{x}$
2. $F(v) > 0$.

Следовательно, $\exists \hat{x} : F(\hat{x}) = 0$.

Кроме того, поскольку $F'(x) < 0$ при $x > x^*$ $\Rightarrow$ $F(x)$ монотонно убывает, то каждое свое значение $F(x)$ принимает ровно 1 раз. Отсюда $\hat{x}$ – единственное.

Таким образом, изоклины $\dot{C}_1 = 0$ и $\dot{C}_2 = 0$ пересекаются в 1-й четверти R^2 в одной точке, следовательно, положение равновесия $({C_1}^*, {C_2}^*)$ существует и единственно. $\square$

Теорема 6. *Положение равновесия* $P = ({C_1}^*, {C_2}^*)$ *– глобально устойчиво.*

Доказательство. Все пространство R^2 разбивается изоклинами $C_1 = \tilde{C}_1 = \frac{V_1 + \sqrt{V_1{}^2 + \frac{4\mu_2}{a_1} C_2}}{2}$ и $C_2 = \tilde{C}_2 = \frac{V_2 - \frac{\mu_2}{a_2} + \sqrt{V_2 - \frac{\mu_2}{a_2}{}^2 + \frac{4\varphi_1}{a_2} C_1}}{2}$ на четыре области D_i, $i = 1, .., 4$ в зависимости от $C_1 > / < V_1$, $C_2 > / < \tilde{C}_2$ (см. 2, 3).

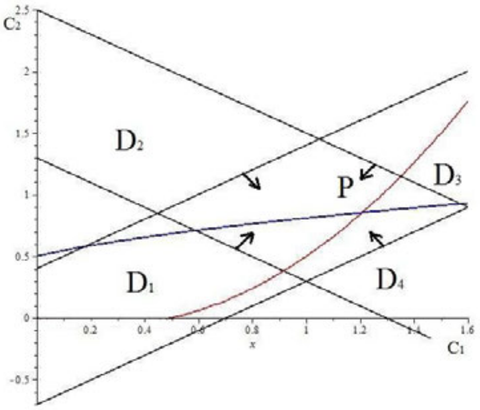

Рис. 2. Фазовый портрет (2 ЕЭН с амортизацией, $V_2 > \frac{\mu_2}{a_2}$)
Fig. 2. Phase portrait (2 ENV with amortization $V_2 > \frac{\mu_2}{a_2}$)

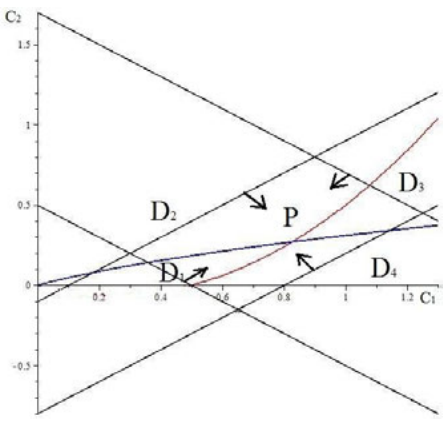

Рис. 3. Фазовый портрет (2 ЕЭН с амортизацией, $V_2 \leqslant \frac{\mu_2}{a_2}$)
Fig. 3. Phase portrait (2 ENV with amortization, $V_2 \leqslant \frac{\mu_2}{a_2}$)

$$f_1 = \dot{C}_1 > 0 \Leftrightarrow C_1 < \tilde{C}_1$$

$$f_2 = \dot{C}_2 > 0 \Leftrightarrow C_2 < \tilde{C}_2.$$

Определим знаки правых частей в областях D_i:

- В D_1: $f_1 > 0, f_2 > 0$
- В D_2: $f_1 < 0, f_2 > 0$
- В D_3: $f_1 < 0, f_2 < 0$
- В D_4: $f_1 > 0, f_2 < 0$.

Ограничим положение равновесия $(C_1{}^*, C_2{}^*)$ четырехугольником E. В качестве его границ используем отрезки прямых:

- Для D_1: $C_1 + C_2 = r$
- Для D_2: $-C_1 + C_2 = r$
- Для D_3: $-C_1 - C_2 = r$
- Для D_4: $C_1 - C_2 = r$.

Рассмотрим область D_1.
Нормаль к прямым $C_1 + C_2 = r$: $\overline{n} = (1, 1)$.
Тогда

$$(\overline{n}, \overline{f}) = f_1 + f_2 > 0. \qquad (10)$$

Следовательно, траектории в области D_1 образуют острый угол с нормалями к границе E, лежащей в данной области, а значит, они пересекают данную границу снаружи внутрь. Поэтому траектории в D_1 сколь угодно близко подходят к положению равновесия.

Аналогично для остальных областей D_i.

Таким образом, имеет место глобальная асимптотическая устойчивость положения равновесия $(V_1, C_2{}^*)$.

□

Работа поддержана РФФИ (грант № 18-01-00249).

Литература

1. *Барбашин Е. А.* Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970. 240 с.
2. *Гельман Л. М., Левин М. И., Полтерович В. М., Спивак В. А.* Моделирование динамики распределения предприятий отрасли по уровням эффективности (на примере черной металлургии) // Экономика и математические методы. 1993. Т. 29, № 3. С. 460–469.
3. *Демидович Б. П.* Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967. 472 с.
4. *Полтерович В. М.* Теория эндогенного экономического роста и уравнения математической физики // Журнал Новой экономической ассоциации. 2017. № 2(34). С. 193–201.
5. *Полтерович В. М., Хенкин Г. М.* Эволюционная модель взаимодействия процессов создания и заимствования технологий // Экономика и математические методы. 1988. № 24. С. 1071–1083.
6. *Хенкин Г. М., Шананин А. А.* Математическое моделирование шумпетеровской инновационной динамики // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 8. С. 3–19.

7. *Iwai K.* Schumpeterian Dynamics. Part 1: An Evolutionary Model of innovation and Imitation // Journal of Economic Behavior and Organization. 1984. Vol. 5, no. 2. P. 159–190.

8. *Iwai K.* Schumpeterian Dynamics. Part 2: Technological Progress, Firm Growth and «Economic Selection» // Journal of Economic Behavior and Organization. 1984. Vol. 5, no. 3–4. P. 321–351.

Поступила в редакцию 27.02.2018

References

1. *Barbashin E. A.* Funktsii Lyapunova [Lyapunov functions]. Moscow: Nauka, 1970. 240 p.

2. *Gel'man L. M., Levin M. I. Polterovich V. M., Spivak V. A.* Modelirovanie dinamiki raspredeleniya predpriyatii otrasli po urovnyam effektivnosti (na primere chernoi metallurgii) [Modeling of the dynamics of the enterprises distribution by efficiency levels (the case of ferrous metallurgy)]. *Ekonomika i matematicheskie metody* [Economics and Mathematical Methods]. 1993. Vol. 29, no. 3. P. 460–469.

3. *Demidovich B. P.* Lektsii po matematicheskoi teorii ustoichivosti [Lectures on mathematical stability theory]. Moscow: Nauka, 1967. 472 p.

4. *Polterovich V. M.* Teoriya endogennogo ekonomicheskogo rosta i uravneniya matematicheskoi fiziki [The theory of endogenous economic growth and equations of mathematical physics]. *Zhurnal Novoi ekonomicheskoi assotsiatsii* [The Journal of the New Economic Association]. 2017. No. 2(34). P. 193–201.

5. *Polterovich V. M., Khenkin G. M.* Evolutsionnaya model' vzaimodeistviya protsessov sozdaniya i zaimstvovaniya tekhnologii [Evolutionary model of the interaction of creating and borrowing technologies processes]. *Ekonomika i matematicheskie metody* [Economics and Mathematical Methods]. 1988. No. 24. P. 1071–1083.

6. *Khenkin G. M., Shananin A. A.* Matematicheskoe modelirovanie shumpeterovskoi innovatsionnoi dinamiki [Mathematical modeling of the Schumpeterian innovation dynamics]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Modeling]. 2014. Vol. 26, no. 8. P. 3–19.

7. *Iwai K.* Schumpeterian Dynamics. Part 1: An Evolutionary Model of innovation and Imitation. *Journal of Economic Behavior and Organization.* 1984. Vol. 5, no. 2. P. 159–190.

8. *Iwai K.* Schumpeterian Dynamics. Part 2: Technological Progress, Firm Growth and «Economic Selection». *Journal of Economic Behavior and Organization.* 1984. Vol. 5, no. 3–4. P. 321–351.

Received February 27, 2018

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Кириллов Александр Николаевич
ведущий научный сотрудник, д. ф.-м. н.
Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН, Федеральный исследовательский центр «Карельский научный центр РАН»
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
Республика Карелия, Россия, 185910
эл. почта: krllv1812@yandex.ru
тел.: (8142) 763370

Сазонов Александр Михайлович
аспирант
Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН, Федеральный исследовательский центр «Карельский научный центр РАН»
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
Республика Карелия, Россия, 185910
эл. почта: sazonov@cs.karelia.ru

CONTRIBUTORS:

Kirillov, Alexander
Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Centre,
Russian Academy of Science
11 Pushkinskaya St., 185910
Petrozavodsk, Karelia, Russia
e-mail: krllv1812@yandex.ru
tel.: (8142) 763370

Sazonov, Alexander
Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Centre,
Russian Academy of Science
11 Pushkinskaya St., 185910
Petrozavodsk, Karelia, Russia
e-mail: sazonov@cs.karelia.ru