

УДК 551.465.45

## КОМПЛЕКСНАЯ МОДЕЛЬ БЕЛОГО МОРЯ: ГИДРОТЕРМОДИНАМИКА ВОД И МОРСКОГО ЛЬДА

И. А. Чернов<sup>1</sup>, А. В. Толстикова<sup>2</sup>, Н. Г. Яковлев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН

<sup>2</sup>Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН

<sup>3</sup>Институт вычислительной математики РАН

На примере Белого моря описана численная модель крупного покрытого льдом водоема. Обсуждается согласие расчетных полей с измеренными параметрами и воспроизведение основных структур. Показано, что модель может давать ответы на вопросы прикладного характера.

Ключевые слова: численное моделирование; крупномасштабная циркуляция; Белое море; гидродинамика морских вод и льда; термохалинные поля; течения; ледяной покров.

### I. A. Chernov, A. V. Tolstikova, N. G. Yakovlev. COMPREHENSIVE MODEL OF THE WHITE SEA: HYDROTHERMODYNAMICS OF WATER AND SEA ICE

The numerical model of large water object with ice is described on the White sea as an example. We discuss agreement between calculated fields and measurements and reproduction of the main structures. The model is shown to be able to answer some practical questions.

Keywords: numerical modelling; large-scale circulation; the White sea; sea simulation; thermohaline fields; sea currents; sea ice.

#### ВВЕДЕНИЕ

Стремительный рост мощности и доступности вычислительных средств в последние годы открывает новые возможности математического моделирования сложных природных систем. Моделирование позволяет дать прогноз, поставить численный эксперимент, который дорого, сложно, опасно либо невозможно воспроизвести лабораторными методами, оценить труднодоступные или недоступные измерению величины (например, соленость подо льдом), вскрыть схемы происходящих процессов (например, определить пути миграций планктонных организмов, распространение холодных

придонных вод). Кроме того, компьютерное моделирование позволяет извлечь максимум информации из данных наблюдений.

В настоящей работе мы описываем программный комплекс JASMINE на примере Белого моря — численную модель водоема с гибкой, легко расширяемой модульной структурой, воспроизводящую динамику и термодинамику вод и льда, а также содержащую блоки усвоения данных, динамики пелагической экосистемы, переноса примесей и т. п. Результаты расчетов сравниваются с данными наблюдений и показано, что основные наблюдаемые эффекты воспроизводятся моделью удо-

влетворительно. Обсуждаются причины несоответствий и возможности для совершенствования согласия между расчетными и реальными условиями.

## ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Для расчета течений, уровня моря и эволюции (динамики и термодинамики) морского льда используется значительно переработанная модель ФЕМО [10–12, 15, 23], которая ранее применялась для воспроизведения крупномасштабного состояния вод и морского льда Северного Ледовитого океана.

### Гидротермодинамика моря

Используются ставшие традиционными при исследовании крупномасштабной динамики океана приближения Буссинеска, гидростатики и несжимаемости морской воды (так называемая «примитивная» система уравнений). Уравнения динамики океана и морского льда записываются в широко распространенной системе координат «цилиндр над сферой» (долгота, дополнение широты до  $90^\circ$ , глубина, отсчитываемая вертикально вниз от поверхности океана в состоянии покоя относительно Земли). Пространственное разрешение модели —  $0,047^\circ$ – $0,074^\circ$  по горизонтальным переменным в географической системе координат, т. е. 5–8 км. По вертикали бралось 16 неравноотстоящих уровней со сгущением к поверхности океана: 0, 2,5, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 75, 100, 150, 200, 250 и 300 м.

Реализация модели в случае Белого моря имеет свои особенности, связанные с интенсивным приливом и значительным водообменом с Баренцевым морем.

Для учета в явном виде прилива в данной версии модели в Горле (район Белого моря, см. рис. 1) использовалось граничное условие [19], которое автоматически обеспечивает сохранение среднего за достаточно большой период времени объема жидкости. Условие Флэзера имеет вид

$$U_n = U_n^* - \sqrt{\frac{g}{H}}(\eta^* - \eta),$$

где  $U_n$  — нормальная к границе области скорость течений,  $\eta$  — уровень океана,  $U_n^*$  — заданная нормальная к границе области наблюдаемая скорость течений,  $\eta^*$  — наблюдаемый уровень,  $g$  — ускорение свободного падения,  $H$  — глубина моря. Считается, что в чисто приливной волне в Горле выполняется условие

$$U_n^* = U_n,$$

т. е. в Баренцевом море приливные скорости значительно меньше, чем в Горле. Тогда легко получить граничное условие с учетом приливной (связанной с инерционно-гравитационными волнами, «быстрой») компоненты и «медленной» компоненты (которую можно построить по упрощенной квазигеострофической модели или по данным спутниковых наблюдений):

$$U_n = U_n^* - \sqrt{\frac{g}{H}}(\eta_\tau + \eta^* - \eta).$$

Здесь  $\eta_\tau$  — приливная компонента уровня,  $\eta^*$  — измеренная или рассчитанная геострофическая («медленная») компонента уровня,  $U_n^*$  — согласованная с «медленным» уровнем и измеренными полями температуры, солёности и касательного напряжения трения ветра скорость течений.

В принципе, в дальнейшем существует возможность учета приливных скоростей в Баренцевом море, согласованных с уровнем моря, если взять результаты расчета приливов по моделям достаточно высокого уровня.

Поскольку в модели используется линеаризованное (оставлена только частная производная по времени и условие снесено на поверхность  $z = 0$ ) кинематическое условие для вертикальной скорости  $w$

$$w|_{z=0} = -\frac{\partial \eta}{\partial t},$$

необходимы специальные усилия для обеспечения аппроксимации суммарных по модельной области балансов температуры, солёности и импульса. Для солёности (аналогично для температуры и горизонтальных компонент импульса, а также для биохимических скаляров, в случае расчета эволюции параметров экосистемы моря) ставится условие

$$k_s \frac{\partial S}{\partial z} = -S \cdot Q_{FW}, \quad z = 0,$$

т. е. задается «антиадвективный» поток солёности. Здесь  $Q_{FW}$  — суммарный поток объема пресной воды, связанный с фазовыми переходами вода-лед, осадками и испарением, стоком рек. Вопрос подробно изложен в работах [4, 22, 34]. Формально это условие может быть переписано в виде

$$wS|_{z=0} = \left( \frac{\partial \eta}{\partial t} - Q_{FW} \right) S|_{z=0},$$

что более удобно в численной реализации.

Использование этого граничного условия снижает необходимость коррекции потоков солёности, так как обеспечивает *интегральный*

закон сохранения в меняющейся во времени области решения. Однако такое граничное условие не обеспечивает точного *локального* баланса солей и пресной воды. Наибольших ошибок следует ожидать в областях с большими вариациями уровня моря.

Для пространственной аппроксимации системы уравнений и граничных условий применяется метод конечных элементов, триангуляция области регулярная. Сила Кориолиса и градиент давления аппроксимируются методом трапеций, что гарантирует сохранение энергии в приливной инерционно-гравитационной волне.

Граничные условия в проливах имеют вид условия излучения, если вода выносится из моря, и вид третьего краевого условия, если вода затекает. Численная реализация сделана в соответствии с работой [25].

Вычисление переноса скаляров реализовано одношаговым методом Ньютона–Галеркина [40] с коррекцией потоков [16], обеспечивающим квазимоноотонность схемы на приемлемом уровне. Для адвекции компонент скорости течений моря и дрейфа льда используется двухшаговый метод Сванси (two-step Swansea, описание см. в [40]).

Уравнения движения с учетом граничных условий и уравнения неразрывности могут быть сведены (это делается на конечномерном уровне, после аппроксимации всей системы уравнений и граничных условий) к системе линейных алгебраических уравнений для функции уровня моря, с положительно определенной разреженной матрицей, имеющей 19 ненулевых диагоналей [23]. В силу неявного по времени описания силы Кориолиса матрица этой системы несимметрична. Асимметрия матрицы связана с неявным описанием силы Кориолиса в уравнениях динамики: уравнения имеют вид

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = A\mathbf{u} + Rf\mathbf{u} + F,$$

где  $\mathbf{u}$  — двумерная скорость,  $A$  — самосопряженный оператор,  $R$  — матрица поворота на  $90^\circ$ ,  $f$  — параметр Кориолиса, зависящий от широты местности,  $F$  — правая часть.

Для обращения матрицы применяется обобщенный метод сопряженных градиентов GMRES с диагональным предобуславливателем. Имеется версия с использованием для предобуславливания неполного LU-разложения. Последний вариант предпочтительнее при высоком пространственном разрешении и большом размере матрицы.

## Физические параметризации

**Параметризация вертикального турбулентного обмена.** Коэффициенты вертикального турбулентного обмена вычисляются в рамках модели Меллора–Ямады уровня 2,5 [26] с выбором параметров [24]. В этом блоке решается два трехмерных эволюционных уравнения для удвоенной энергии турбулентных пульсаций  $q^2$  и для функции  $q^2l$ , где  $l$  — пространственный масштаб турбулентности. Перенос по горизонтали делается так же, как перенос других скаляров. После вычисления полей  $q^2$  и  $l$  вычисляются трехмерные коэффициенты вертикального турбулентного обмена импульсом и турбулентной диффузии скаляров (температура, соленость и параметры экосистемы, если таковые вычисляются в модели). Аппроксимация операторов дифференцирования скоростей и плотности в этом блоке согласована с аппроксимациями аналогичных операторов в блоке динамики и термодинамики моря, в противном случае будет нарушаться закон сохранения суммы потенциальной и кинетической энергий. Учитывается влияние поверхностных волн на генерацию турбулентности на свободной ото льда воде [14]. Подо льдом учитывается неоднородность толщины льда, что влияет на граничное условие для пространственного масштаба турбулентности  $l$  в блоке вертикального турбулентного обмена. Считается, что пространственный масштаб турбулентности равен двум среднеквадратичным отклонениям осадки льда относительно средней осадки льда (это можно сделать, так как рассчитываются функции плотности вероятности распределения льда и снега по толщине).

**Параметризация горизонтального турбулентного обмена.** В модели реализована трехмерная турбулентная диффузия скаляров с произвольным тензором коэффициентов диффузии, что дает возможность использовать изопикническую диффузию и вихревой перенос скаляра (в данном случае — температуры и солености) [20] с записью скорости переноса через кососимметричный оператор «диффузии» [21]. В используемой версии существует возможность использовать переменный коэффициент вихревого переноса, вычисляемый исходя из свойств решения [38], см. также [31]. В этой параметризации описывается перенос, создаваемый мезомасштабными вихрями, имеющими характерный горизонтальный размер порядка радиуса деформации Россби, составляющий в Белом море примерно 2,5 км (первая бароклинная мода) и 1,5 км

(вторая бароклиническая мода) [30], и которые явно не описываются выбранной сеткой.

### Термодинамика морского льда

Блок термодинамики льда основан на локально-одномерной модели льда и снега в приближении линейности профиля температуры в каждой из сред [33], что следует из предположений о постоянстве теплопроводности и нулевой теплоемкости. Термодинамический блок применяется к каждой из 14 градаций льда по толщине: 10 см, 20, 30, 50, 70 см, 1 м, 1,5, 2, 3, 4, 5, 6, 10 м и более 10 м, которые аппроксимируют функцию плотности вероятности распределения толщины льдин. Дополнительная градация с номером нуль означает открытую воду.

Термодинамическая модель имеет один очевидный недостаток — она не учитывает теплоемкость льда, зависимость теплоемкости и теплопроводности от температуры и от солености льда и распределение солености льда по его толщине. Поэтому теплопроводность льда и снега по вертикали рассчитывается, по существу, на сетке из всего двух узлов. Использование упрощенной термодинамической модели оправдывается тем, что, как показывают оценки, реалистичное описание динамики льда имеет большее значение, чем выбор большого числа уровней по вертикали [36].

Более того, по существу, тот же программный код был использован в различных моделях — климата ИВМ РАН [27] и FESOM (Институт морских и полярных исследований им. А. Вегенера, Бремерхафен, ФРГ, [18]), и при этом были получены неплохие результаты. В случае Белого моря выбор упрощенной модели термодинамики льда может быть оправдан еще и тем, что характерная толщина льда порядка 40 см (до 150 см в особо суровые зимы) и летом лед полностью исчезает, так что ошибка в определении толщины льда не накапливается при интегрировании на долгий срок.

Численная реализация имеет отличия от предыдущих версий. Нелинейное уравнение для температуры поверхности снега (или льда) решается вместо метода бисекций более быстрым методом Риддерса [35]. При этом достигается точность  $0,01 \text{ Вт/м}^2$  в балансе тепла.

### Динамика морского льда

С точки зрения постановки дифференциальной задачи и метода интегрирования по времени блок динамики льда полностью аналогичен известным моделям CICE5 [13] и LIM3 [37]. Отличия состоят в пространственной аппроксимации уравнений дрейфа льда и методе расчета переноса характеристик льда

и снега. Те же идеи, что использовались относительно численного метода расчета динамики льда (без явного учета торошения и с упрощенной процедурой вычисления прочности льда) были применены (при активном участии одного из авторов) при реализации блока динамики льда в работе [17] для случая произвольных треугольных сеток.

Численный метод можно охарактеризовать как метод расщепления по физическим процессам. Для переноса характеристик льда используется метод Тейлора–Галеркина с коррекцией потоков, для адвекции скоростей дрейфа — двушаговый метод Свонси, аналогично блоку динамики океана. Явный метод Эйлера с использованием «внутренних» шагов по времени используется для процесса приспособления к внешнему воздействию и давлению внутри льда, в предположении, что на каждом «большом» шаге по времени давление можно считать постоянным — этот подход аналогичен CICE5 [13]. Граничные условия — прилипание на берегах и условие излучения в проливах [25].

### ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ

Расчетные алгоритмы реализованы на языке программирования Фортран в рамках Стандарта Fortran-90, что обеспечивает переносимость. Программный комплекс JASMINE имеет модульную структуру, описанную ниже. Главная программная единица создает начальные условия для расчета, включающие в себя инициализацию модулей, загрузку констант и параметров из NML-файлов, а также генерацию или загрузку с диска начальных значений всех расчетных полей. Затем осуществляется главный цикл по времени, состоящий из вложенных циклов по диапазону лет, месяцам, суткам (учитываются високосные годы), часам и шагам в пределах часа (если величина шага не превосходит 60 минут). В каждом цикле возможен вывод диагностических сообщений и сохранение данных на диск. Отметим, что модульная структура не только обеспечивает более надежную реализацию алгоритмов, но и существенна для повышения производительности. Оптимизирующий компилятор принимает во внимание статус неизменности данных (атрибут `protected`), что дает некоторый выигрыш в скорости вычислений.

Трехмерная адвекция и диффузия гидродинамических полей — вычислительно затратная процедура — наиболее затратная наряду с решением системы линейных алгебраических уравнений для уровня моря. Отметим, что трудоемкость переноса растет с увеличе-

нием разрешения быстрее, чем для уровня. Переносы термохалинных полей, а также полей коэффициентов турбулентной диффузии независимы и могут выполняться параллельно. Кроме того, двумерная адвекция градаций льда также независима — градации могут переноситься параллельно. Предусмотрена также возможность переноса плавучих (двумерных) и трехмерных примесей произвольной природы (нефтяные пятна и другие загрязнения, планктон, включая личинки гидробионтов, пластик и т. п.).

Отметим, что при подключении блока моделирования пелагической экосистемы возникает необходимость в переносе нескольких десятков биогеохимических трассеров, таких как концентрации биогенных элементов, растворенных газов, планктонных организмов и косного органического вещества. В этом случае параллельная реализация переноса становится необходимостью.

Параллельный расчет трехмерной и двумерной адвекции и диффузии осуществляется с использованием технологии MPI. Для переноса каждой градации льда, начиная с первой (градация нуль — это открытая вода) выделяется отдельный процесс. Эти же процессы переносят трехмерные поля. Параллельная реализация и трехмерной, и двумерной адвекций не выглядит целесообразно: выигрыш практически не заметен. Головной процесс раздает задания и осуществляет перенос сплоченности льда градации нуль.

Выигрыш во времени вычислений значителен: расчет адвекции трехмерных полей параллельно увеличивает скорость вычислений более чем в 2,5 раза, параллельная двумерная адвекция 14 градаций масс льда и снега и 15 (с градацией открытой воды) градаций сплоченности льда (всего 43 поля) дает меньший (но тем не менее заметный) выигрыш.

Матрица системы линейных уравнений для уровня моря разреженная (см. выше), имеет особую структуру, положительно определена и несимметрична. Для ее решения используется метод GMRES из пакета SPARSKIT. При явном описании силы Корилиса матрица получится симметричной, и для решения СЛАУ может быть применен более простой и эффективный метод сопряженных градиентов. Относительно маленький шаг по времени, применяемый для расчетов модели Белого моря, позволяет рассчитывать на устойчивость явной схемы. Однако численные эксперименты не выявили преимуществ: скорость расчетов существенно не увеличилась. Применялся метод сопряженных градиентов из библиотеки MKL и авторская

реализация метода, учитывающая структуру матрицы.

## СТРУКТУРА ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА

Комплекс имеет модульную структуру. Модули содержат встроенную документацию, поэтому опишем только те части системы, которые описывают водоем, форсинг и т. п., то есть изменяемую часть при переносе комплекса на другой водоем или при использовании других атмосферных данных, граничных условий, данных по приливу и т. д.

Модуль `Tranm` содержит глобальные константы (физические величины и вычислительные параметры), используемые в других модулях. Величины загружаются из именованных списков.

Модуль `Mar` определяет сетку, глобальные данные (поля скоростей, термохалинные поля и т. п.), геометрические и географические характеристики водоема. Здесь же заданы градации льда по толщине, коэффициенты затухания видимого и инфракрасного света на горизонтах, некоторые вспомогательные массивы, а также определена стерильная функция `cor`, вычисляющая параметр Корилиса в узле сетки. Начальные значения расчетных полей считываются из двоичных файлов, если расчет продолжает прерванный, либо инициализируются. Также в этом модуле задаются реки — указаны координаты устьев и ищется ближайшая точка сетки, граничащая с берегом — и приливы (процедура `tide`). Приливы задаются как изменения внешнего уровня моря  $\eta^*$ , указаны амплитуда, начальная фаза и запаздывание фазы вдоль жидкой границы. Помимо уровня может определяться и нормальная к границе скорость  $U^*$ .

Модуль `Init` вычисляет географические и геометрические характеристики водоема. Процедура `bathymetry` использует текстовый файл с данными о глубинах в заданных точках для вычисления массива глубин методом линейной интерполяции, а также координат северо-западного угла и длин сторон сферического прямоугольника, целиком содержащего море. Затем вычисляются массивы «целочисленной глубины» `km2` и индексы типа точки (открытое море, край, угол и т. п.) `nt3`.

Модуль `Solver` содержит все необходимое для решения линейной задачи для уровня моря, в том числе упаковка матрицы и правой части в нужный формат. Используется внешний решатель; изменения, связанные со сменой решателя, касаются только этого модуля. В нем же определена процедура `factor` решения ли-

нейных краевых задач одномерной теплопроводности/диффузии неявной схемой методом прогонки.

Модуль `scalar_adv` определяет трехмерный перенос произвольного скалярного поля. Там же предусмотрена реализация вертикальной диффузии с возможным гравитационным осаждением и потоком через поверхность моря (из атмосферы). Это полезно при переносе загрязнений и биогеохимических трассеров, не обязательно обладающих нулевой плавучестью и, возможно, переносимых атмосферными течениями. Модуль `iceadvection` определяет двумерный перенос поверхностных полей. Сюда относятся поля массы снега и льда, а также сплоченности льда разных градаций и произвольные поля загрязнений либо примесей положительной плавучести.

Модуль `forcing` задает внешние воздействия на море. Это данные по давлению, температуре и влажности воздуха, осадкам, облачности, скорости ветра в приводном слое; интерфейс для доступа к данным осуществляет отдельный модуль, поэтому не представляет труда использование других данных, в том числе в другом формате. Отдельная процедура вычисляет мгновенную плотность потока коротковолновой радиации на поверхности моря. В этом же модуле задаются среднемесячные гидрологические характеристики жидких границ: температура и соленость. Отдельно описаны реки: либо как осадки в ячейке сетки, то есть расход реки описан как поток пресной воды (с той же температурой, что у морской воды) на поверхность моря, либо как пресноводные проливы. Недостатками первого подхода являются затруднительность описания потока тепла и предположение о поступлении пресной воды на поверхность моря — только на поверхность, тогда как в реальности сток реки распределен по некоторой глубине. При втором подходе трудно реалистично описать расход реки, поскольку на эффективный расход существенно влияет уровень моря в устье — переменный во времени и вычисляемый в модели. Этот недостаток можно ослабить, если задавать уровень реки вдали от устья, используя не только топографию дна, но и возвышение материка над уровнем моря.

Модуль `mean` обеспечивает вывод данных на диск. Возможно сохранение среднесуточных, среднемесячных и мгновенных полей в неформатных файлах прямого доступа.

Атмосферные данные NCEP [28] в формате `netCDF` конвертируются утилитами на языке Perl, входящими в состав комплекса, в файлы прямого доступа (формат модуля NCEP).

Аналогичные утилиты конвертируют результаты расчетов в файлы в формате `netCDF`, пригодные для статистической обработки, построения карт и графиков и т. п. Такой подход обеспечивает необходимую гибкость, поскольку требования к формату файлов с данными разнообразны. Предусмотрены также утилиты для расчета средних величин по объему моря и по отдельным горизонтам, по заданному слою, для расчета толщины перемешанного слоя.

## ОСОБЕННОСТИ БЕЛОГО МОРЯ

Белое море (рис. 1) целиком входит в территориальные воды России. Кроме того, этот водоем может рассматриваться как модель Арктики и полигон для разработки и тестирования моделей, призванных способствовать решению актуальных проблем арктического региона [9]. С одной стороны, для Белого моря накоплено большое количество данных [8], однако распределение станций весьма неоднородно как в пространстве, так и во времени; этот факт затрудняет постановку точных граничных значений и верификацию модели.



Рис. 1. Части и берега Белого моря

Нам известна лишь одна комплексная бароклинная модель Белого моря со льдом [29], но она в настоящее время не поддерживается. В связи с этим разработка программного комплекса весьма актуальна.

Белое море обладает рядом уникальных особенностей, которые необходимо учитывать при моделировании. Прежде всего это небольшие линейные размеры — 600 на 450 км, что накладывает серьезные ограничения на шаг

по времени в связи с требованиями устойчивости. В расчетах шаг по времени составлял 6 мин. Во-вторых, относительно небольшая глубина: средняя 67 м, максимальная 340 м. В связи с этим особую важность приобретают морфометрические характеристики и рельеф дна. Береговая линия Белого моря сильно изрезана. Отсутствуют некоторые процессы, характерные для глубоководных морей. В частности, воды Белого моря сравнительно хорошо перемешиваются. Другая особенность Белого моря — доминирование приливных течений. Волна  $M_2$  полусуточного прилива приходит из Баренцева моря дважды в сутки; остаточная геострофическая циркуляция, как показано в [5], имеет примерно тот же период. Оценки и численные эксперименты показывают, что начальные распределения всех полей мало влияют на результаты расчетов. Значительные колебания уровня моря требуют учета свободной поверхности моря в модели, исключая условия типа «твердой крышки», а также делают неизбежным описание нелинейных процессов в море. Особую важность имеет Горло — узкий мелководный пролив, через который проходит приливная волна. Отметим, что в оперативной модели [6] Белое море рассматривается без Горла и Мезенского залива.

Исключительную роль играет речной сток, годовой объем которого составляет 4% от объема моря [2]. В связи с этим беломорские воды менее соленые по сравнению с баренцевоморскими. Соленость в заливах еще ниже. Это, очевидно, влияет и на стратификацию вод. Наконец, Белое море полностью очищается ото льда в летний период — многолетние льды отсутствуют, что упрощает описание подсистемы морского льда.

Прилив описан как осцилляция внешнего уровня моря на жидкой границе. Учитывается полусуточный лунный прилив  $M_2$ , играющий наибольшую роль. Амплитуда колебаний уровня выбиралась экспериментально из условий выполнения баланса соли и генерации разумной скорости течений. Она составляла от 1,5 до 3 метров. Оказалось, что полутораметровый прилив занижает течения в заливах, особенно в Онежском, а трехметровый удовлетворительно воспроизводит течения, однако завывает перемешивание. Было учтено запаздывание по фазе прилива: согласно данным [32], прилив вблизи Канинского берега отстает по фазе от Мурманского берега примерно на  $30^\circ$ . При этом водообмен становится более реалистичным: в то время когда вода втекает вдоль Мурманского берега из-за растущего прилива, имеет место сток вдоль Ка-

нинского берега, где уровень еще не поднялся. В дальнейшем описание прилива в Горле будет улучшено за счет использования более полных данных из [32].

Учитывается сток пяти рек: Северной Двины, Онеги, Кеми, Мезени и Ковды. Используются данные по среднемесячному расходу за период 2000–2013 гг.

## СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ С НАТУРНЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ

### Температура воды

Температурный режим поверхностного слоя Белого моря воспроизводится моделью адекватно. Так, в январе температура поверхности на большей части акватории Белого моря равна  $-1,5^\circ$ , лишь в устьях рек сказывается небольшое отепляющее действие речной воды. Зима — единственный сезон на Белом море, когда северная часть Бассейна теплее более южных районов, что происходит за счет вторжения баренцевоморской воды. Наибольшие градиенты температуры наблюдаются на границах заливов и Горла с Бассейном. Такая картина сохраняется в течение всего года. Картина апреля в целом похожа на температурные поля января, так как активного таяния льда еще не происходит. Исключение составляют изменения на жидкой границе. Здесь наблюдаются значения температуры поверхностного слоя  $0,5-0^\circ$ , что и качественно, и количественно хорошо согласуется с данными, приведенными в [2]. Летом, в период максимальной приповерхностной температуры воздуха, наблюдаются мозаичные поля температуры поверхностного слоя моря, выделяются фронтальные зоны, квазипостоянный апвеллинг в проливе Восточная Соловецкая салма, выражен так называемый «полюс холода» [3] в Бассейне. Средняя многолетняя температура в заливах составляет  $15-17^\circ$ , что соответствует действительности. В северной части Воронки —  $7-8^\circ$ , что также полностью согласуется с данными измерений [1, 2, 39]. Средние осенние модельные значения более высокие по сравнению с данными, представленными в [2]. На рисунке 2 хорошо заметно, что в октябре наиболее высокие температуры отмечаются в районе Горла и северной части Бассейна. В ноябре пятно теплой воды смещается в центральную часть Бассейна, поскольку теплозапас этого района позволяет водной массе дольше сдерживать выхолаживание. В более мелководных участках моря в это время уже активно идет процесс ледообразования. И по модельным, и по измеренным данным [2,

рис. 2, стр. 70] прослеживаются характерные фронтальные зоны в северной части Белого моря, а также субмеридиональное расположение изотерм в Бассейне. Температура воды в устьях впадающих в море рек практически не отличается от температуры акватории моря, однако в Онежском заливе также выражено субмеридиональное распределение температуры поверхностного слоя.

В целом стоит отметить и качественное, и количественное соответствие температуры поверхностного слоя Белого моря по данным измерений и моделирования. По сезонам наибольшее расхождение наблюдается поздней осенью (см. выше), по районам моря рассогласование отмечено в Онежском и Мезенском заливе и на жидкой границе с Баренцевым морем. Последнее связано с недостатком данных для граничных условий: использовались измерения в отдельных точках северной части Воронки разных лет. В модельных данных по Онежскому заливу наблюдается летний и осенний перегрев, что может быть вызвано завышенным перемешиванием. В Мезенском заливе и на жидкой границе Белого и Баренцева морей существует проблема, связанная с недоучетом стока реки Мезень и значительной здесь величины прилива (около 10 м).

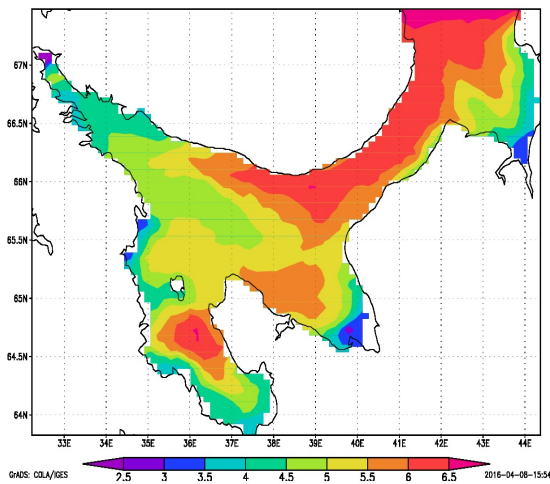


Рис. 2. Поле температуры поверхности воды, октябрь

### Соленость

Соленость центральной части Белого моря зимой по модельным данным составляет около 27 ‰, в заливах вода более распресненная — около 20 ‰, на севере моря — 33 ‰. Весной значения солености слабо отличаются от зимних показателей. В данных, приведенных в [2], севернее Соловецких островов просле-

живается область повышенной солености (более 28 ‰), в модельных данных эта область не проявляется. Ярко выражены стоковые фронты в заливах во все сезоны года. Распределение солености по модельным данным в течение года меняется в центральной части Белого моря незначительно. Отдельные замкнутые области повышенной или пониженной солености в Бассейне модель не воспроизводит. Наибольшие изменения происходят в устьях рек. Следует отметить согласованность качественного распределения и количественных показателей модельных значений с данными, приведенными в [2]. В устье р. Мезень и далее в сторону открытого моря модельные значения солености (рис. 3) несколько завышены по сравнению с данными, приведенными в [2, рис. 4, стр. 71]. Это может быть связано с недостаточным модельным стоком реки Мезень. Так, на выходе из Мезенского залива по модельным данным соленость 33 ‰ в течение всего года. Между тем, соленость по сезонам здесь заметно меняется [2, 7] и на границе с Воронкой составляет максимум 28 ‰. В основном количественное распределение модельных значений солености согласуется с данными измерений, но в модельных данных меньше выражена мозаичность, в частности, в Воронке.

Отчасти причины несоответствия связаны с неточностью среднемесячных граничных значений, взятых из отдельных замеров в Воронке. Другая причина, возможно, связана с разрешением модели (около 5 км); как уже отмечалось, характерный размер мезомасштабных вихрей определяется радиусом деформации Россби, который составляет 2,5–1,5 км.

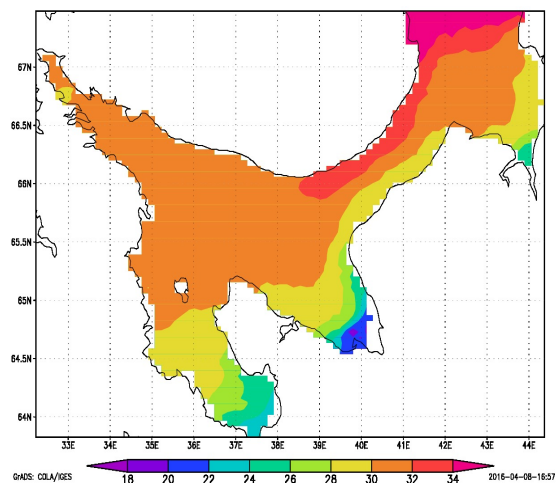


Рис. 3. Поле солености на поверхности воды, октябрь



## Течения

Средние многолетние поля течений в Белом море не содержат информации о ветровых течениях, поскольку приливное перемещение на порядок превосходит перемещение за счет атмосферных воздействий [2]. Прослеживаются циклонические и антициклонические круговороты, которые подвержены сезонной изменчивости. Так, весной в Бассейне выражен антициклонический круговорот. Хорошо прослеживается течение, направленное из района Соловецких проливов в сторону Двинского залива. Численные эксперименты показывают, что поверхностное пятно примеси переносится, в основном ветровыми течениями, из Онежского залива в Двинский, а оттуда — в Горло и, со временем, в Баренцево море.

## Ледяной покров

Следует отметить более согласованную картину модельных данных и данных наблюдений по сплошности, чем по средней толщине льда. Последняя в модели несколько завышена. Это связано с сильными приливными движениями в Воронке и высоким уровнем кинетической энергии льдин. Лед ломается, и повышенный вклад в формирование толстых льдин вносит торошение. Кроме того, по спутниковым данным, в апреле вдоль Карельского берега образуется обширная полынья, которая увеличивается в размерах и в мае уже занимает большую часть Кандалакшского залива и Бассейна. На последних модельных данных (апрель 2014 г.) этой полыньи нет, хотя рассчитанная толщина льда в этом районе значительно меньше по сравнению с соседними участками акватории. Мы надеемся устранить этот недостаток с помощью более совершенной схемы расчета альбеда мокрого снега и льда с учетом талых луж. По многолетним данным [2, С. 210–212], устойчивый припай образуется в Онежском и Двинском заливе в начале ноября, взламывается припай в конце апреля и полностью исчезает в мае, что мы и видим по модельным данным. Сроки образования и разрушения льда в целом согласуются. В декабре море покрыто плавающим льдом (по модельным данным — в январе). Изохроны окончательного исчезновения льда по данным наблюдений соответствуют окончанию мая. По модельным данным в мае лед еще есть, в июне лед встречается только в северной части моря (север Горла, Мезенский залив, Воронка). В этом выражается несоответствие, однако стоит учесть, что модельные данные осредняются за весь месяц, поэтому расхождение сроков в один месяц при таком подходе допустимо. По-

мимо этого, ледяной покров Белого моря подвержен межгодовой изменчивости элементов ледового режима. Кроме того, описание льда в модели статистическое: то есть наличие редких толстых льдин в модели не означает обязательного их присутствия в море. В [1] отмечено, что стамухи — севшие на мель льдины — встречаются в Белом море и тают лишь в июне.

Отметим, что в Воронке приливные течения особенно сильны — лед ломается, и торошение намного активнее по сравнению с другими районами моря. Поэтому здесь возникает особенно толстый лед, который в ряде случаев в модели толще, чем в реальности. Это также потребует в дальнейшем тщательной ревизии и настройки параметров схемы торошения.

## Задачи и перспективы

Модель позволяет постановку и решение ряда прикладных задач:

- Перенос нефти и других примесей положительной плавучести.
- Перенос трехмерной примеси — химические загрязнения, пластик, планктон.
- Численные эксперименты по реакции моря на изменения климата, вариации стока рек, количества осадков и т. п.
- Моделирование переноса вод и водообмена с Баренцевым морем.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Программный комплекс JASMINE адекватно воспроизводит основные динамические процессы в Белом море и может использоваться для решения прикладных задач, а также применяться для моделирования различных водных объектов, например, Ладожского и Онежского озер, Баренцева моря и других морей Арктического бассейна, Северного Ледовитого океана в целом.

*Работа поддержана грантами РФФИ 14-27-00126 и РФФИ 16-45-100162 p\_а.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Белое море и его водосбор под влиянием климатических и природных факторов* / Под ред. Н. Н. Филатова, А. Ю. Тержевика. Петрозаводск: КарНЦ РАН, 2007.
2. *Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. II. Белое море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия.* Л.: Гидрометеоиздат, 1991.

3. Дерюгин К. М. Фауна Белого моря и условия ее существования. Л.: Гос. Гидрол. ин-т, 1928. 511 с.
4. Каменкович В. М. Основы динамики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1973. 240 с.
5. Саркисян А. С., Залесный В. Б., Дианский Н. А. и др. Математические модели циркуляции океанов и морей // Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования. Т. 2. Математическое моделирование. М.: Наука, 2005. С. 174–278.
6. Семенов Е. Численное моделирование динамики Белого моря и проблема мониторинга // Известия РАН, ФАО. 2004. С. 128–141.
7. Система Белого моря. Водная толща и взаимодействующие с ней атмосфера, криосфера, речной сток и биосфера. М.: Научный мир, 2012. 784 с.
8. Филатов Н. Н., Толстикова А. В., Богданова М. С., Менишуткин В. В. Создание информационной системы и электронного атласа по состоянию и использованию ресурсов Белого моря и его водосбора // Арктика: Экология и экономика. 2014. № 15. С. 18–29.
9. Филатов Н. Н., Терзевик А. Ю., Дружинин П. В. Беломорье — регион для решения актуальных проблем Арктики // Арктика: Экология и экономика. 2011. № 2. С. 90–101.
10. Яковлев Н. Г. Восстановление крупномасштабного состояния вод и морского льда Северного Ледовитого океана в 1948–2002 гг. Часть 1: Численная модель и среднее состояние // Известия РАН, ФАО. 2009. № 3. С. 1–16.
11. Яковлев Н. Г. Восстановление крупномасштабного состояния вод и морского льда Северного Ледовитого океана в 1948–2002 гг. Часть 2: Состояние ледового и снежного покрова // Известия РАН, ФАО. 2009. № 4. С. 1–18.
12. Яковлев Н. Г. К вопросу о воспроизведении полей температуры и солености Северного Ледовитого океана // Известия РАН, ФАО. 2012. № 1. С. 1–17.
13. Hunke C., Lipscomb W. H., Turner A. K. et al. CICE: the Los Alamos Sea Ice Model, documentation and software, version 5.0 / Los Alamos National Laboratory Tech. Rep. LA-CC-06-012. Los Alamos, New Mexico, USA, 2013.
14. Craig P. D., Banner M. L. Modeling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer // J. Phys. Oceanogr. 1994. Vol. 24, no. 12. P. 2546–2559.
15. Uotila P., Holland D. M., Morales Maqueda M. A. et al. An energy-diagnostics intercomparison of coupled ice-ocean Arctic models // Ocean Modelling. 2006. Vol. 11, no. 1–2. P. 1–27.
16. Loehner R., Morgan K., Peraire J., Vahdati M. Finite element flux-corrected transport (FEM-FCT) for the Euler and Navier-Stokes equations // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 1987. Vol. 7. P. 1093–1109.
17. Danilov S., Wang Q., Timmermann R. et al. Finite-element sea ice model (FESIM), version 2 // Geosci. Model Dev. 2015. Vol. 8. P. 1747–1761. doi: 10.5194/gmd-8-1747-2015
18. Wang Q., Danilov S., Sidorenko D. et al. The finite element sea ice-ocean model (FESOM) v.1.4: formulation of an ocean general circulation model // Geosci. Model Dev. 2014. Vol. 7, no. 663–693. doi: 10.5194/gmd-7-663-2014
19. Flather R. A. A tidal model of the northwest European continental shelf // Memories de la Societe Royale des Sciences de Liege. 1976. Vol. 6, no. 10. P. 141–164.
20. Gent P. R., McWilliams J. C. Isopycnal mixing in ocean circulation models // J. Phys. Oceanogr. 1990. Vol. 20, no. 1. P. 150–155.
21. Griffies S. M. The Gent-McWilliams skew-flux // J. Phys. Oceanogr. 1998. Vol. 28, no. 5. P. 831–841.
22. Huang R. X. Real freshwater flux as a natural boundary condition for the salinity balance and thermohaline circulation forced by evaporation and precipitation // J. Phys. Oceanogr. 1993. Vol. 23. P. 2428–2446.
23. Iakovlev N. G. On the calculation of large-scale ocean currents in the "velocity-pressure" variables by the finite element method // Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1996. Vol. 11, no. 5. P. 383–392.
24. Kantha L. H., Clayson C. A. An improved mixed layer model for geophysical applications // J. Geophys. Res. 1994. Vol. 99, no. C12. P. 25235–25266.
25. Marchesiello P., McWilliams J. C., Shchepetkin A. Open boundary conditions for long-term integration of regional oceanic models // Ocean Modelling. 2001. Vol. 3. P. 1–20.
26. Mellor G. L., Yamada T. Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems // Rev. Geophys. Spac. Phys. 1982. Vol. 20, no. 4. P. 851–875.
27. Dyanskii N. A., Galin V. Ya., Gusev A. V. et al. The model of the earth system developed at the INM RAS // Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2010. Vol. 25, no. 5. P. 419–429.
28. Kalnay E., Kanamitsu M., Kistler R. et al. The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project // Bull. Amer. Meteor. Soc. 1996. Vol. 77. P. 437–470. doi: 10.1175/1520-0477(1996)077<0437:TNYRP>2.0.CO;2
29. Neelov I. A., Savchuk O. P. 3-D IO RAS-AARI coupled hydrodynamic-biogeochemical model of the White sea; final report of INCO-

Copernicus project "WHITESEA" № ICA2-CT-2000-10014: "Sustainable management of the marine ecosystem and living resources of the White sea"). 2003.

30. Nurser A. J. G., Bacon S. The Rossby radius in the Arctic ocean // *Ocean Sci.* 2014. Vol. 10, no. 6. P. 967–975. doi: 10.5194/os-10-967-2014

31. Pacanowski R. C., Griffies S. M. The MOM3 manual : Rep. / NOAA Geophysical Fluid Dynamics Laboratory. Princeton, USA, 1999. 680 p.

32. Padman L., Erofeeva S. A barotropic inverse tidal model for the Arctic ocean // *Geophysical Research Letters.* 2004. Vol. 31, no. 2. P. 383–392.

33. Parkinson C. L., Washington W. M. A large-scale numerical model of sea ice // *J. Geophys. Res.* 1979. Vol. 84. P. 311–337.

34. Prange M. R. G. The role of surface freshwater flux boundary conditions in Arctic ocean modelling // *Ocean Modelling.* 2006. Vol. 13. P. 25–43.

35. Ridders C. J. F. A new algorithm for computing a single root of a real continuous func-

tion // *IEEE Transactions on Circuits and Systems.* 1979. Vol. CAS 26. 979 p.

36. Bitz C. M., Holland M. M., Weaver A. J., Eby M. Simulating the ice-thickness distribution in a coupled climate model // *J. Geophys. Res.* 2001. Vol. 106, no. C2. P. 2441–2463.

37. Vancoppenolle M., Fichefet T., Goosse H. et al. Simulating the mass balance and salinity of Arctic and Antarctic sea ice. 1. Model description and validation // *Ocean Modelling.* 2009b. Vol. 27, no. 1–2. P. 33–53. doi: 10.1016/j.ocemod.2008.10.005

38. Visbeck M., Marshall J., Haine T., Spall M. Specification of eddy transfer coefficients in coarse resolution ocean circulation models // *J. Phys. Oceanogr.* 1997. Vol. 27. P. 381–402.

39. Filatov N., Pozdnyakov D., Johannessen O. M. et al. White Sea. Its Marine Environment and Ecosystem Dynamics Influenced by Global Change. Springer-Praxis, 2005.

40. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. The finite element method. 5th Ed. Oxford : Butterworth and Heinemann, 2000. Vol. 3: Fluid dynamics. 306 p.

Поступила в редакцию 01.06.2016

## REFERENCES

1. *Beloe more i ego vodosbor pod vliyaniem klimaticheskikh i prirodnykh faktorov* [The White Sea and its watershed under influence of climate and antropogenic factors]. Eds N. N. Filatov, A. Yu. Terzhevnik. Petrozavodsk: KarRC of RAS, 2007. 349 p.

2. *Gidrometeorologiya i gidrokimiya morei SSSR.* Vol. II. Beloe more. Iss. 1. *Gidrometeorologicheskie usloviya* [Hydrometeorology and hydrochemistry of the seas (USSR). Vol. 2. The White Sea. Iss. 1. Hydrometeorological conditions]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1991. 240 p.

3. *Deryugin K. M.* Fauna Belogo morya i usloviya ee sushchestvovaniya [Fauna of the White Sea and conditions of its existences]. Leningrad: Gos. Gidrol. in-t, 1928. 510 p.

4. *Kamenkovich V. M.* Osnovy dinamiki okeana [Fundamentals of ocean dynamics]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1973. 240 p.

5. *Sarkisyan A. S., Zalesnyi V. B., Dianskii N. A. et al.* Matematicheskie modeli tsirkulyatsii okeanov i morei. Sovremennyye problemy vychislitel'noi matematiki i matematicheskogo modelirovaniya [Mathematical models of circulation of oceans and seas. Modern problems of numerical mathematics and mathematical modelling]. Vol. 2. Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical modelling]. Moscow: Nauka, 2005. P. 174–278.

6. *Semenov E.* Chislennoe modelirovanie dinamiki Belogo morya i problema monitoringa [Numerical modelling of the White Sea dynamics and monitoring problem]. *Izvestiya RAN, FAO* [Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics]. 2004. No. 1. P. 128–141.

7. *Sistema Belogo morya.* Vodnaya tolshcha i vzaimodeistvuyushchie s nei atmosfera, kriosfera, rechnoi stok i biosfera [The White Sea system. Water column and interacting with it atmosphere, cryosphere, the river runoff, and biosphere]. Moscow: Nauchnyi mir, 2012. 784 p.

8. *Filatov N. N., Tolstikov A. V., Bogdanova M. S., Menshutkin V. V.* Sozдание informatsionnoi sistemy i elektronnoogo atlasa po sostoyaniyu i ispol'zovaniyu resursov Belogo morya i ego vodosbora [Development of information system and electronic atlas on the status and use of resources of the White Sea and its catchment]. *Arktika: Ekologiya i ekonomika* [Arctic: ecology and economy]. 2014. No. 15. P. 18–29.

9. *Filatov N. N., Terzhevnik A. Yu., Druzhinin P. V.* Belomor'e – region dlya resheniya aktual'nykh problem Arktiki [Belomorie is the region of the Arctic challenges solving]. *Arktika: Ekologiya i ekonomika* [Arctic: ecology and economy]. 2011. No. 2. P. 90–101.

10. *Yakovlev N. G.* Vosstanovlenie krupnomashtabnogo sostoyaniya vod i morskogo l'da

- Severnogo Ledovitogo okeana v 1948–2002 gg. Chast' 1: Chislennaya model' i srednee sostoyanie [Reproduction of the large-scale state of water and sea ice in the Arctic Ocean from 1948 to 2002. Pt. 1. Numerical model and the average state]. *Izvestiya RAN, FAO* [Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics]. 2009. No. 3. P. 1–16.
11. *Yakovlev N. G.* Vosstanovlenie krupnomashtabnogo sostoyaniya vod i morskogo l'da Severnogo Ledovitogo okeana v 1948–2002 gg. Chast' 2: Sostoyanie ledovogo i snezhnogo pokrova [Reproduction of the large-scale state of water and sea ice in the Arctic Ocean from 1948 to 2002. Pt. 2. The state of ice and snow cover]. *Izvestiya RAN, FAO* [Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics]. 2009. No. 4. P. 1–18.
12. *Yakovlev N. G.* K voprosu o vosproizvedenii polei temperatury i solenosti Severnogo Ledovitogo okeana [On the simulation of temperature and salinity fields in the Arctic Ocean]. *Izvestiya RAN, FAO* [Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics]. 2012. No. 1. P. 1–17.
13. *Hunke C., Lipscomb W. H., Turner A. K. et al.* CICE: the Los Alamos Sea Ice Model, documentation and software, version 5.0. Los Alamos National Laboratory Tech. Rep. LA-CC-06-012. Los Alamos, New Mexico, USA, 2013.
14. *Craig P. D., Banner M. L.* Modeling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer. *J. Phys. Oceanogr.* 1994. Vol. 24, no. 12. P. 2546–2559.
15. *Uotila P., Holland D. M., Morales Maqueda M. A. et al.* An energy-diagnostics inter-comparison of coupled ice-ocean Arctic models. *Ocean Modelling.* 2006. Vol. 11, no. 1–2. P. 1–27.
16. *Loehner R., Morgan K., Peraire J., Vahdati M.,* Finite element flux-corrected transport (FEM-FCT) for the Euler and Navier-Stokes equations. *Int. J. Numer. Meth. Fluids.* 1987. Vol. 7. P. 1093–1109.
17. *Danilov S., Wang Q., Timmermann R. et al.* Finite-element sea ice model (FESIM), version 2. *Geosci. Model Dev.* 2015. Vol. 8. P. 1747–1761. doi: 10.5194/gmd-8-1747-2015
18. *Wang Q., Danilov S., Sidorenko D. et al.* The finite element sea ice-ocean model (FESOM) v.1.4: formulation of an ocean general circulation model. *Geosci. Model Dev.* 2014. Vol. 7, no. 663–693. doi: 10.5194/gmd-7-663-2014
19. *Flather R. A.* A tidal model of the northwest European continental Shelf. *Memories de la Societe Royale des Sciences de Liege.* 1976. Vol. 6, no. 10. P. 141–164.
20. *Gent P. R., McWilliams J. C.* Isopycnal mixing in ocean circulation Models. *J. Phys. Oceanogr.* 1990. Vol. 20, no. 1. P. 150–155.
21. *Griffies S. M.* The Gent-McWilliams skew-flux. *J. Phys. Oceanogr.* 1998. Vol. 28, no. 5. P. 831–841.
22. *Huang R. X.* Real freshwater flux as a natural boundary condition for the salinity balance and thermohaline circulation forced by evaporation and precipitation. *J. Phys. Oceanogr.* 1993. Vol. 23. P. 2428–2446.
23. *Iakovlev N. G.* On the calculation of large-scale ocean currents in the "velocity-pressure" variables by the finite element method. *Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 1996. Vol. 11, no. 5. P. 383–392.
24. *Kantha L. H., Clayson C. A.* An improved mixed layer model for geophysical applications. *J. Geophys. Res.* 1994. Vol. 99, no. C12. P. 25235–25266.
25. *Marchesiello P., McWilliams J. C., Shchepetkin A.* Open boundary conditions for long-term integration of regional oceanic models. *Ocean Modelling.* 2001. Vol. 3. P. 1–20.
26. *Mellor G. L., Yamada T.* Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Rev. Geophys. Spac. Phys.* 1982. Vol. 20, no. 4. P. 851–875.
27. *Dyanskii N. A., Galin V. Ya., Gusev A. V. et al.* The model of the earth system developed at the INM RAS. *Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling.* Vol. 25, no. 5. P. 419–429.
28. *Kalnay E., Kanamitsu M., Kistler R. et al.* The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 1996. Vol. 77. P. 437–470. doi: 10.1175/1520-0477(1996)077<0437:TNYRP>2.0.CO;2
29. *Neelov I. A., Savchuk O. P.* 3-D IO RAS-AAARI coupled hydrodynamic-biogeochemical model of the White sea; final report of INCO-Copernicus project "WHITESEA". ICA2-CT-2000-10014: "Sustainable management of the marine ecosystem and living resources of the White sea". 2003.
30. *Nurser A. J. G., Bacon S.* The Rossby radius in the Arctic ocean. *Ocean Sci.* 2014. Vol. 10, no. 6. P. 967–975. doi: 10.5194/os-10-967-2014
31. *Pacanowski R. C., Griffies S. M.* The MOM3 manual : Rep., NOAA Geophysical Fluid Dynamics Laboratory. Princeton, USA, 1999. 680 p.
32. *Padman L., Erofeeva S.* A barotropic inverse tidal model for the Arctic ocean. *Geophysical Research Letters.* 2004. Vol. 31, no. 2. P. 383–392.
33. *Parkinson C. L., Washington W. M.* A large-scale numerical model of sea ice. *J. Geophys. Res.* 1979. Vol. 84. P. 311–337.
34. *Prange M. R. G.* The role of surface freshwater flux boundary conditions in Arctic

ocean modeling. *Ocean Modelling*. 2006. Vol. 13. P. 25–43.

35. *Ridders C. J. F.* A new algorithm for computing a single root of a real continuous function. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. 1979. Vol. CAS 26. P. 979.

36. *Bitz C. M., Holland M. M., Weaver A. J., Eby M.* Simulating the ice-thickness distribution in a coupled climate model. *J. Geophys. Res.* 2001. Vol. 106, no. C2. P. 2441–2463.

37. *Vancoppenolle M., Fichefet T., Goosse H. et al.* Simulating the mass balance and salinity of Arctic and Antarctic sea ice. 1. Model description and

validation. *Ocean Modelling*. 2009b. Vol. 27, no. 1–2. P. 33–53. doi: 10.1016/j.ocemod.2008.10.005

38. *Visbeck M., Marshall J., Haine T., Spall M.* Specification of eddy transfer coefficients in coarse resolution ocean circulation models // *J. Phys. Oceanogr.* 1997. Vol. 27. P. 381–402.

39. *Filatov N., Pozdnyakov D., Johannessen O. M. et al.* White Sea. Its Marine Environment and Ecosystem Dynamics Influenced by Global Change. Springer-Praxis, 2005.

40. *Zienkiewicz O. C., Taylor R. L.* The finite element method. 5th Ed. Oxford: Butterworth and Heinemann, 2000. Vol. 3: Fluid dynamics. 306 p.

Received June 01, 2016

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

### **Чернов Илья Александрович**

старший научный сотрудник, к. ф.-м. н.  
Институт прикладных математических исследований  
Карельского научного центра РАН  
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,  
Республика Карелия, Россия, 185910  
эл. почта: chernov@krc.karelia.ru  
тел.: (8142) 766312

### **Толстик Алексей Владимирович**

старший научный сотрудник, к. г. н.  
Институт водных проблем Севера Карельского  
научного центра РАН  
пр. А. Невского, 50, Петрозаводск, Республика  
Карелия, Россия, 185030  
эл. почта: alexeytolstikov@mail.ru  
тел.: (8142) 576381

### **Яковлев Николай Геннадьевич**

ведущий научный сотрудник, д. ф.-м. н.  
Институт вычислительной математики РАН  
ул. Губкина, 8, Москва, Россия, 119333  
эл. почта: nick\_yakovlev@mail.ru  
тел.: (495) 9848120

## CONTRIBUTORS:

### **Chernov, Ilya**

Institute of Applied Mathematical Research,  
Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences  
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk, Karelia,  
Russia  
e-mail: chernov@krc.karelia.ru  
tel.: (8142) 766312

### **Tolstikov, Alexey**

Northern Water Problems Institute,  
Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences  
50 A. Nevsky St., 185030 Petrozavodsk, Karelia, Russia  
e-mail: alexeytolstikov@mail.ru  
tel.: (8142) 576381

### **Iakovlev, Nikolay**

Institute of Numerical Mathematics  
8 Gubkin St., 119333 Moscow, Russia  
e-mail: nick\_yakovlev@mail.ru  
tel.: (495) 9848120