

УДК 004.01:006.72 (470.22)

МОДЕЛИРОВАНИЕ СУТОЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЛН В ЛЕСНЫХ ПЕСЧАНЫХ ПОЧВАХ

К. В. Грудова

*Отдел комплексных научных исследований КарНЦ РАН,
ФИЦ «Карельский научный центр РАН» (ул. Пушкинская, 11,
Петрозаводск, Республика Карелия, Россия, 185910)*

В контексте проблемы анализа антропогенного воздействия углекислого газа на окружающую среду возникает потребность в исследовании динамики почвенного углерода. Тепловые параметры (теплоемкость, теплопроводность и температуропроводность) оказывают существенное влияние на почвообразование и важны для расчета переноса и продуцирования CO_2 . Учитывая зависимость этих процессов от текстуры почвы и других различных факторов, актуальной является задача математического описания теплового режима почв для конкретной местности. В данной работе предлагается модель суточного колебания температурной волны для лесных песчаных почв Восточной Финноскандии в предположении неоднородности среды. Для проверки ее применения реальные температурные измерения сравниваются с результатами моделирования предложенной модели и модели Чудновского – Нерпина.

Ключевые слова: тепловой режим почвы; температуропроводность; невязка; метод наименьших квадратов

Для цитирования: Грудова К. В. Моделирование суточных колебаний температурных волн в лесных песчаных почвах // Труды Карельского научного центра РАН. 2024. № 4. С. 15–22. doi: 10.17076/mat1913

Финансирование. Финансовое обеспечение исследований осуществлялось из средств федерального бюджета на выполнение государственного задания КарНЦ РАН (Отдел комплексных научных исследований КарНЦ РАН).

K. V. Grudova. MODELING DAILY FLUCTUATIONS OF TEMPERATURE WAVES IN FOREST SANDY SOILS

*Department of Multidisciplinary Scientific Research of Karelian Research Centre,
Russian Academy of Sciences (11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk, Karelia,
Russia)*

The problem of analyzing anthropogenic carbon dioxide impact on the environment necessitates research on the dynamics of soil carbon. Thermal parameters (heat capacity, thermal conductivity and thermal diffusivity) have a significant effect on soil formation and are essential in estimating CO_2 transfer and production. While these processes depend on soil texture and a number of other factors, a relevant task is to mathematically describe the thermal regime of soils in a specific area. In this paper, we propose a model of daily temperature wave fluctuation for the

forest sandy soils of Eastern Fennoscandia, assuming the medium is heterogeneous. It is tested by comparing real temperature measurements with the simulation results produced by the model proposed here and the Chudnovsky – Nerpin model.

Key words: soil thermal regime; thermal diffusivity; residual; least squares method

For citation: Grudova K. V. Modeling daily fluctuations of temperature waves in forest sandy soils. *Trudy Karelskogo nauchnogo tsentra RAN = Transactions of the Karelian Research Centre RAS*. 2024;4:15–22. doi: 10.17076/mat1913

Funding. The studies were funded from the federal budget through state assignment to the Karelian Research Centre RAS (Department for Multidisciplinary Research KarRC RAS).

ВВЕДЕНИЕ

Тепловые параметры грунта являются существенным фактором почвообразования и важны для расчета переноса и продуцирования CO_2 , что, в свою очередь, вызывает интерес в контексте анализа влияния антропогенных факторов на изменения глобальных биосферных процессов. Существует большой объем экспериментальных данных, описывающих влияние температуры на динамику газовой фазы почв [1, с. 10] (температура влияет на гидрофизические характеристики, определяет скорости протекания внутрипочвенных реакций, активность почвенной биоты и др.).

Под «тепловым режимом» понимаются процессы поступления, перераспределения и расхода тепла в почве и на ее границах. А под «температурным режимом» почвы – порождаемая этими процессами динамика температуры на поверхности и в почвенном профиле (в различных слоях почвы) [7, с. 330].

Одной из главных проблем в науке о теплообмене почв является умение находить, анализировать, строить прогноз и даже регулировать все элементы теплового режима почв [5, с. 7]. Отсюда возникает комплекс различных задач математической физики, таких как теоретическое описание теплового режима почв; выявление причин его изменения в различных условиях; оценка факторов, влияющих на динамику теплового режима, и др. Математическое моделирование и прогноз распределения температуры по профилю почвы нужны как для практической агрофизики [8, 11–14], так и при проведении фундаментальных исследований в области почвоведения, в частности, в условиях глобального изменения климата [10, с. 70]. При стандартных исследованиях почв в первую очередь определяются их основные (базовые) свойства (плотность, пористость, содержание органического вещества, влажность и др.), поэтому они известны для большин-

ства случаев. Однако экспериментальные данные по тепловым параметрам почв (теплоемкость, теплопроводность и температуропроводность) имеют весьма разрозненный характер [1, с. 14–15]. Зависимость параметров от базовых свойств затрудняет их оценку. Отметим, что эти параметры играют существенную роль в процессе моделирования температурных волн. Поэтому большое количество работ посвящены разработке различных методов оценки тепловых параметров почв с использованием полевых данных о температуре почвы [2, 9].

Задача моделирования распределения температуры по профилю почвы сводится к нахождению решения уравнения теплопроводности с учетом изменчивости тепловых параметров почв. Кроме того, в связи с многообразием почв и условий их жизненного цикла возникает необходимость более пристального внимания к математическому описанию теплового режима почв для конкретно взятой местности. В данной работе автор использует следующие предположения: исследуется песчаная почва, покрытая лесной подстилкой, рассматривается погожий летний день в конце июля в основном лесу Восточной Фенноскандии. Колебания температуры затрагивают, по существу, лишь примерно полуметровый корнеобитаемый подповерхностный слой почвы, где из-за физико-химических процессов разложения органических веществ и жизнедеятельности микроорганизмов происходит в основном активное дыхание и продуцирование CO_2 .

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для описания распространения температурных волн в почвенном профиле используется уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial(c_v(t, z)T(t, z))}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(t, z) \cdot \frac{\partial T(t, z)}{\partial z} \right), \quad (1)$$

где $T(t, z)$ ($[T] = \text{K}$) – температура почвы в момент времени t ($[t] = \text{с}$) на глубине z ($[z] = \text{м}$), $c_v(t, z)$ – объемная теплоемкость ($[c_v] = \text{Дж} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$), $\lambda(t, z)$ – теплопроводность ($[\lambda] = \text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$).

В [10, с. 78–80] рассматриваются различные зависимости $c_v(t, z)$, $\lambda(t, z)$ от времени и глубины и их влияние на вид уравнения теплопроводности. В упрощенном варианте предполагается, что почва является однородной средой, для которой характерно постоянство величин c_v , λ [3, с. 166]. Кратко рассмотрим решение уравнения теплопроводности в случае однородности среды. Вводится коэффициент температуропроводности χ ($[\chi] = \text{м}^2 \cdot \text{с}$), связанный с λ и c_v соотношением $\chi = \lambda/c_v$. Уравнение (1) записывается в виде:

$$\frac{\partial T(t, z)}{\partial t} = \chi \cdot \frac{\partial^2 T(t, z)}{\partial z^2}, \quad (2)$$

где χ является постоянной величиной. Рассмотрим суточный ход температуры. Температура почвы обладает периодичным характером. Она колеблется вокруг некоторого среднего значения, которое можно принять равным нулю, если условиться отсчитывать от него температуру. Рассмотрим комплексную функцию

$$T = T_0 e^{i(\omega t - \alpha z)}, \quad (3)$$

где T_0 , ω , α – постоянные. Подставим это выражение в уравнение (2) и после преобразований получим:

$$i\omega = -\alpha^2 \chi, \\ \alpha = \sqrt{-i\omega/\chi} = \pm(1-i)\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}}.$$

Таким образом, уравнение (2) имеет два решения вида (3):

$$T = T_0 e^{i(\omega t \mp \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} z)} \cdot e^{\mp \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} z},$$

которые отличаются знаком при $\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}}$. Колебания температуры начинают возбуждаться на поверхности почвы и передаются внутрь ее. По мере удаления от поверхности среды они должны затухать. Учитывая эти условия, оставляем $e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}} z}$. Далее от комплексного решения переходим к двум вещественным, воспользовавшись формулой Эйлера и выделяя вещественную и мнимую часть. Полученные решения будут однотипны, мы остановимся на следующем:

$$T(t, z) = T_0 \exp \{ -\alpha z \} \\ \times \cos \{ \omega t - \alpha z \}, \quad \alpha \equiv \sqrt{\omega[2\chi]^{-1}}, \quad (4)$$

где T_0 – амплитуда колебаний (будет невелика, так как лесная подстилка оказывает демпфирующее влияние); ω – соответствующая частота; α – коэффициент затухания температурных волн ($[\alpha] = \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$); χ – коэффициент температуропроводности; $T(t, z)$ – аппроксимация температуры в дневном диапазоне.

Таким образом, мы получили «классическое решение» уравнения теплопроводности. Однако в реальности почва представляет собой более сложную слоистую структуру. Исследования показывают, что в течение суток и даже месяца коэффициент теплопроводности колеблется незначительно, но всегда следует учитывать глубинную изменчивость теплофизических характеристик почв, поэтому в суточном диапазоне достаточно рассматривать зависимости $c_v(z)$ и $\lambda(z)$ от глубины z [6, с. 262–263]. Предположим, что c_v постоянна, а λ имеет линейную зависимость $\lambda(z) = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot z$. В этом случае можно ввести коэффициент температуропроводности $\chi(z) = \chi_0 + \chi_1 \cdot z$ ($[\chi] = \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$), связанный с c_v и λ соотношением $\chi(z) = \lambda(z)/c_v$, и уравнение (1) переписывается в виде:

$$\frac{\partial T(t, z)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\chi(z) \cdot \frac{\partial T(t, z)}{\partial z} \right), \quad (5)$$

$$z \in (0, H), \quad t \in [0, t_d], \\ T(t, 0) = \varphi^*(t), \quad T(t, H) = T_H,$$

где $\varphi^*(t)$ – температурный ход на поверхности; t_d – количество секунд в сутках, равное $86,4 \times 10^3$ сек; H – глубина, на которой суточные колебания отсутствуют и температура является постоянной величиной T_H ($\approx 70 - 100$ см). T_H и $\varphi^*(t)$ определяются путем полевых измерений.

Модель Чудновского – Нерпина

Кратко рассмотрим решение уравнения (5), предложенное в работе [6, с. 263–273]. Температура представляется в виде суммы среднесуточной температуры почвы $\bar{T}(z)$ и отклонения от среднесуточного значения $\theta(t, z)$:

$$T_{Ch}(t, z) = \bar{T}(z) + \theta(t, z).$$

Граничные условия задаются аналогично уравнению (5): $T_{Ch}(t, 0) = \varphi^*(t)$ и $T_{Ch}(t, H) = \bar{T}(H) = T_H$.

По смыслу задачи среднесуточная температура не зависит от времени в течение суток и $\bar{T}(z)$ описывается уравнением стационарного режима:

$$\frac{d}{dz} \left(\chi(z) \cdot \frac{d\bar{T}(z)}{dz} \right) = 0.$$

При условии линейности коэффициента $\chi(z) = \chi_0 + \chi_1 \cdot z$ решение уравнения получим в аналитическом виде:

$$\bar{T}(z) = \frac{C_1}{\chi_1} \cdot \ln(\chi(z)) + C_2, \quad C_1, C_2 - \text{const.}$$

Используя граничные условия, найдем среднесуточное значение температуры на поверхности $\bar{T}(0) = T_0$ как среднее значение $\varphi^*(t)$. Зная T_0 и T_H , определим значение C_1, C_2 :

$$C_1 = \frac{\chi_1(T_H - T_0)}{\ln(\chi_H) - \ln(\chi_0)},$$

$$C_2 = \frac{T_0 \ln(\chi_H) - T_H \ln(\chi_0)}{\ln(\chi_H) - \ln(\chi_0)},$$

где $\chi_H = \chi_0 + \chi_1 \cdot H$.

Задача остается нестационарной для среднесуточного отклонения температуры:

$$\frac{\partial \theta(t, z)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\chi(z) \cdot \frac{\partial \theta(t, z)}{\partial z} \right),$$

с граничными условиями:

$$\theta(t, 0) = \varphi(t) = \varphi^*(t) - T_0, \quad \theta(t, H) = 0.$$

Предполагается, что $\chi(z)$ меняется линейно до некоторой глубины h_z (приблизительно 20–30 см), а ниже h_z становится постоянным.

Колебание суточной температуры (т. е. отклонение от среднесуточных значений) имеет периодический характер. Таким образом, полагаем на поверхности:

$$\varphi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (\varphi_n \cos(n\omega t) + \bar{\varphi}_n \sin(n\omega t)),$$

и решение ищется в виде:

$$\theta(t, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (\theta_n(z) \cos(n\omega t) + \bar{\theta}_n(z) \sin(n\omega t)),$$

где ω – круговая частота вращения Земли вокруг оси, равная $7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$; $\varphi_n, \bar{\varphi}_n, \theta_n(z), \bar{\theta}_n(z)$ – амплитудные значения φ и θ соответственно на поверхности и в глубине почвы. Вводятся комплексные функции $\varphi_n^* = \varphi_n + i\bar{\varphi}_n$, $\theta_{n1}^*(z) = \theta_n(z) + i\bar{\theta}_n(z)$ (для верхнего слоя $0 \leq z \leq h_z$) и $\theta_{n2}^*(z) = \theta_n(z) + i\bar{\theta}_n(z)$ (для нижнего слоя $h_z \leq z \leq H$). Таким образом получается система из двух уравнений:

$$\frac{d}{dz} \left[\chi(z) \frac{d\theta_{n1}^*(z)}{dz} \right] = -in\omega\theta_{n1}^*(z),$$

$$\chi_H \frac{d^2\theta_{n2}^*(z)}{dz^2} = -in\omega\theta_{n2}^*(z).$$

Граничные условия в таком случае запишутся в виде:

$$\theta_{n1}^*(0) = \varphi_n^*, \quad \theta_{n1}^*(h_z) = \theta_{n2}^*(h_z),$$

$$\frac{d\theta_{n1}^*(z)}{dz} \Big|_{z=h_z} = \frac{d\theta_{n2}^*(z)}{dz} \Big|_{z=h_z}, \quad \theta_{n2}^*(H) = 0.$$

Решение системы можно представить в виде:

$$\theta_{n1}^*(z) = C_n^{(1)} I_0(Z(z)) + C_n^{(2)} K_0(Z(z)),$$

$$\theta_{n2}^*(z) = D_n \frac{e^{-(z-h_z)\alpha_n^*} - e^{-(2H-h_z-z)\alpha_n^*}}{1 - e^{-2(H-h_z)\alpha_n^*}},$$

$$Z(z) = 2\sqrt{-in\omega\chi(z)}/\chi_1, \quad \alpha_n^* = \sqrt{-in\omega/\chi_H}.$$

$C_n^{(1)}, C_n^{(2)}, D_n$ – постоянные, определяющиеся из граничных условий. Полагая $1 - e^{-2(H-h_z)\alpha_n^*} \approx 1$ (т. е. $e^{-2(H-h_z)\alpha_n^*} \approx 0$), с учетом основных свойств функций Бесселя и Макдональда и граничных условий получим:

$$C_n^{(1)} = \frac{\varphi_n^*}{d^*} [K_1(Z_H) - K_0(Z_H)],$$

$$C_n^{(2)} = \frac{\varphi_n^*}{d^*} [I_1(Z_H) + I_0(Z_H)],$$

$$D_n = \frac{\varphi_n^*}{d^*} [I_0(Z_H) K_1(Z_H) + I_1(Z_H) K_0(Z_H)],$$

$$d^* = K_0(Z_0) [I_1(Z_H) + I_0(Z_H)] + I_0(Z_0) \times [K_1(Z_H) - K_0(Z_H)],$$

где $Z_0 = Z(0)$, $Z_H = Z(H)$, а I_0, K_0, I_1, K_1 – функции Бесселя и Макдональда нулевого и первого порядка. Используя их свойства, упростим D_n :

$$I_0(Z_H) K_1(Z_H) + I_1(Z_H) K_0(Z_H)$$

$$= -I_0(Z_H) K_0'(Z_H) + I_0'(Z_H) K_0(Z_H)$$

$$= -W [I_0(Z_H), K_0(Z_H)].$$

Мы получили Вронскиан, значение которого известно: $W [I_0(Z_H), K_0(Z_H)] = -Z_H^{-1}$. В итоге для коэффициентов $C_n^{(1)}, C_n^{(2)}, D_n$ получим:

$$C_n^{(1)} = D_n Z_H [K_1(Z_H) - K_0(Z_H)],$$

$$C_n^{(2)} = D_n Z_H [I_1(Z_H) + I_0(Z_H)],$$

$$D_n = \frac{\varphi_n^*}{Z_H} \cdot [I_0(Z_0) [K_1(Z_H) - K_0(Z_H)] + K_0(Z_0) [I_1(Z_H) + I_0(Z_H)]]^{-1}.$$

Упрощенный метод решения

В классических исследованиях решения находятся с помощью функций Бесселя и Макдональда нулевого и первого порядков [6, с. 264–268]. Предложим другой метод нахождения приближенного решения уравнения на основе решения в случае однородности среды. Как

было отмечено выше, при постоянном значении χ решением уравнения теплопроводности (2) является функция:

$$T(t, z) = T_0 e^{i(\omega t - \alpha z)} \cdot e^{-\alpha z}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\omega}{2\chi}}.$$

Подставим $\chi(z) = \chi_0 + \chi_1 \cdot z$ вместо $\chi = \text{const}$. Получим функцию $\hat{T}(t, z)$, которая не является решением исходного уравнения:

$$\hat{T}(t, z) = T_0 e^{i(\omega t - \alpha(z)z)} \cdot e^{-\alpha(z)z}, \quad (6)$$

$$\alpha(z) = \sqrt{\frac{\omega}{2(\chi_0 + \chi_1 \cdot z)}}.$$

Функцию (6) подставим в уравнение (5) и подсчитаем невязку. Начнем с левой части:

$$\frac{\partial \hat{T}(t, z)}{\partial t} = T_0 e^{-\alpha(z)z} i \omega e^{i(\omega t - \alpha(z)z)}.$$

Для краткости записи выкладок в дальнейшем будут использоваться обозначения: $\hat{\alpha} \equiv \alpha(z)$, $e_1 \equiv e^{i(\omega t - \alpha(z)z)}$ и $e_2 \equiv e^{-\alpha(z)z}$. Перейдем к правой части уравнения (5). Посчитаем первую производную:

$$\frac{\partial \hat{T}(t, z)}{\partial z} = -T_0 e_1 e_2 (\hat{\alpha}' \cdot z + \hat{\alpha}) (i + 1),$$

$$\hat{\alpha}' = -\chi_1 \cdot \sqrt{\omega / (2\chi(z))}^3.$$

В результате для правой части уравнения (5) получим:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\chi(z) \frac{\partial \hat{T}(t, z)}{\partial z} \right) = -T_0 (i + 1) e_1 e_2$$

$$\times (\chi_1 A - \chi(z) A^2 (i + 1) + \chi(z) A'),$$

$$A = \hat{\alpha}' z + \hat{\alpha}, \quad A' = \hat{\alpha}'' z + 2\hat{\alpha}',$$

$$\hat{\alpha}'' = 3\chi_1^2 \sqrt{\frac{\omega}{(2\chi(z))^5}}.$$

Упростим слагаемые:

$$(i + 1)\chi(z)A^2 = (i + 1)\frac{\omega}{8} \left(2 - \frac{z\chi_1}{\chi(z)} \right)^2,$$

$$\chi(z)A' = -\chi_1 \left(\frac{3}{2} z \hat{\alpha}' + \hat{\alpha} \right),$$

для правой части уравнения (5) окончательно получим:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\chi(z) \cdot \frac{\partial T(t, z)}{\partial z} \right) = T_0 (i + 1) e_1 e_2$$

$$\times \left(\frac{1}{2} \chi_1 \hat{\alpha}' z + (i + 1) \frac{\omega}{8} \left(2 - \frac{z\chi_1}{\chi(z)} \right)^2 \right).$$

Определим невязку $\zeta(t, z)$:

$$\zeta(t, z) \equiv \frac{\partial \hat{T}(t, z)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\chi(z) \cdot \frac{\partial \hat{T}(t, z)}{\partial z} \right)$$

$$= T_0 e_1 e_2 z \chi_1 \left(\frac{i\omega(4\chi(z) - z\chi_1)}{4\chi^2(z)} - \frac{(i + 1)}{2} \hat{\alpha}' \right).$$

Нетрудно убедиться, что при $\chi_1 = 0$ (случай однородности среды) невязка обратится в ноль.

Перейдем от комплексного значения к вещественному. Для функции (4) с подстановкой $\chi(z)$ вместо $\chi = \text{const}$ получим невязку:

$$\zeta(t, z) = T_0 e^{-\hat{\alpha}z} z \chi_1 \left(-\frac{\hat{\alpha}'}{2} \cos(\omega t - \hat{\alpha}z) \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\hat{\alpha}'}{2} - \frac{\omega(4\chi(z) - z\chi_1)}{4\chi^2(z)} \right) \sin(\omega t - \hat{\alpha}z) \right).$$

Оценим величину невязки. Для этого построим и сравним график $\zeta(t, z)$ с графиком $\partial_t \hat{T}(t, z)$. На рис. 1 наглядно показано, что величина невязки $\zeta(t, z)$ достаточно мала в сравнении со значением $\partial_t \hat{T}(t, z)$ для различных глубин. Отношение $\zeta(t, z) / \partial_t \hat{T}(t, z) < 0, 14$.

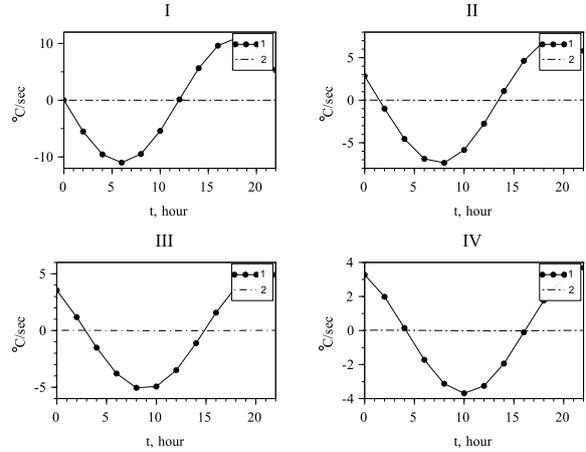


Рис. 1. Сравнение графиков $\partial_t \hat{T}(t, z)$ (1) и $\zeta(t, z)$ (2) для глубин: 0 (I), 5 (II), 10 (III), 15 (IV) см
Fig. 1. Comparison of graphs $\partial_t \hat{T}(t, z)$ (1) and $\zeta(t, z)$ (2) for depths: 0 (I), 5 (II), 10 (III), 15 (IV) cm

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

Оценим рассогласование двух моделей. С помощью модели Чудновского–Нерпина сгенерируем суточные колебания температурных волн на глубине 0, 5, 10 и 15 см со значениями $\chi_0 = 54 \times 10^{-4}$, $\chi_1 = 94 \times 10^{-6}$. Получили «экспериментальные» температурные показатели $T_{ch}(t, z)$. Условно «забудем» значения

коэффициентов χ_0 , χ_1 и найдем их методом наименьших квадратов (МНК):

$$S \equiv \sum_{i,j} [(\hat{T}(t_i, z_j) - T_{Ch}(t_i, z_j))^2 + \beta \zeta^2(t_i, z_j)] \rightarrow \min_{\chi_0, \chi_1}, \quad \beta \geq 0.$$

В результате работы МНК (см. рис. 2) минимальное значение $S = 0,6814$ было получено при $\chi_0 = 51 \times 10^{-4}$, $\chi_0 = 93 \times 10^{-6}$, что практически совпадает с исходными значениями.

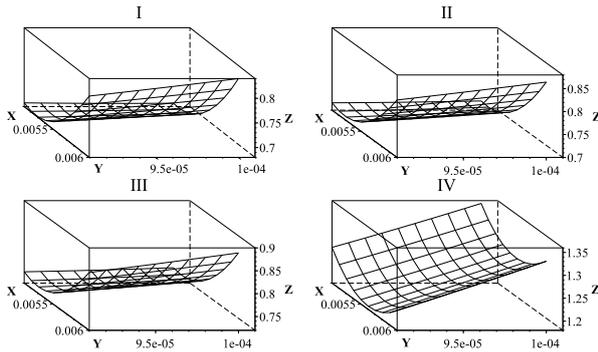


Рис. 2. Зависимость S (ось Z) от значения χ_0 (ось X) и χ_1 (ось Y) для различных β : 0 (I), 50 (II), 10^2 (III), 10^3 (IV)

Fig. 2. Dependence of S (Z axis) on the value of χ_0 (X axis) and χ_1 (Y axis) for various β : 0 (I), 50 (II), 10^2 (III), 10^3 (IV)

Стоит отметить, что вариация β не сильно повлияла на результат работы МНК. Так, например, при $\beta = 0$ и $\beta = 50$ разница в значении S составила 26×10^{-3} . Данный результат подтверждает, что значение невязки достаточно мало и предложенную модель с подстановкой $\chi(z)$ вместо $\chi = \text{const}$ можно использовать для моделирования температурных кривых.

Моделью Чудновского–Нерпина и моделью с подстановкой $\chi(z)$ вместо $\chi = \text{const}$ аппроксимируем измеренные температурные показатели почв (см. табл. 1) и сопоставим результаты аппроксимации. Данные были взяты из двух различных источников: на поверхности [6, с. 272] и на глубине 5 см [4]. При расчетах предположим, что температура на поверхности меняется в течение суток по периодическому закону с одной гармоникой. Температура на нижней границе условно принята за ноль. Методом наименьших квадратов подберем значения параметров χ_0 и χ_1 коэффициента температуропроводности для каждой из моделей.

Сопоставим результаты моделирования и измеренные полевые показатели температуры на различных глубинах (см. рис. 3). Из графиков видно, что обе модели дают приблизительно одинаковые значения температурных показателей. А для глубины 5 см модель с подстановкой $\chi(z)$ вместо $\chi = \text{const}$ дает лучший результат.

Таблица 1. Суточные колебания температуры (T) на различной глубине (z). Опытные данные
Table 1. Daily temperature fluctuations (T) at different depths (z). Experimental data

Время t , час Time t , hour	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
T, C° ($z=0$ см)												
T, C° ($z=0$ см)	2,9	1,6	2,3	9,7	15,3	18,9	22,2	24,2	22,8	19,1	11,7	8,4
T, C° ($z=5$ см)												
T, C° ($z=5$ см)	15	13,3	10	10,8	11,2	12	13,3	13,7	15,1	15,8	13,7	14,5

Вычислим среднеквадратичную ошибку S для каждой из кривых:

$$\bar{S} = \sqrt{\frac{\sum_i^n \left(\frac{T(t_i, z) - T_e(t_i, z)}{T_e(t_i, z)} \right)^2}{n}},$$

где $T_e(t, z)$ – измеренные полевые показатели температуры, а вместо $T(t_i, z)$ подставляем $T_{Ch}(t_i, z)$ или $\hat{T}(t_i, z)$. Рис. 3 и результаты вычислений (табл. 2) подтверждают применимость модели с подстановкой $\chi(z)$ вместо $\chi = \text{const}$ в суточном диапазоне.

Таблица 2. Среднеквадратичная ошибка для двух моделей: модель Чудновского–Нерпина (1) и модель с подстановкой $\chi(z)$ вместо $\chi = \text{const}$ (2)

Table 2. The standard error for two models: the Chudnovsky–Nerpin model (1) and the model with substitution $\chi(z)$ instead of $\chi = \text{const}$ (2)

Модель Model	$\bar{S}, z = 0$ см $\bar{S}, z = 0$ cm	$\bar{S}, z = 5$ см $\bar{S}, z = 5$ cm
(1)	1,0387	1,2053
(2)	1,1936	1,028

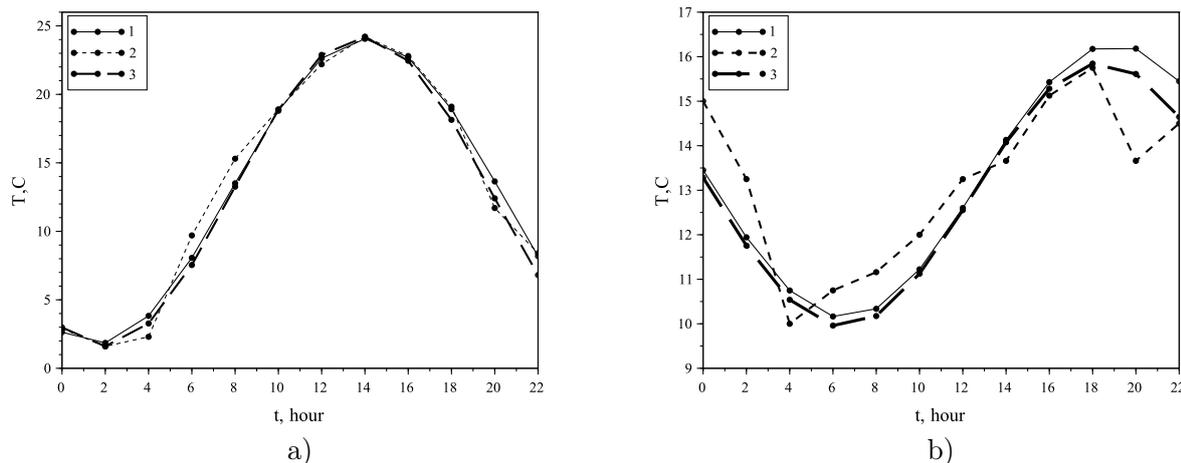


Рис. 3. Аппроксимация показателей температуры (2) моделью Чудновского–Нерпина (1) и моделью с подстановкой $\chi(z)$ вместо $\chi = \text{const}$ (3): а) на поверхности, б) на глубине 5 см
 Fig. 3. Approximation of temperature indicators (2) by the Chudnovsky–Nerpin model (1) and the model with substitution $\chi(z)$ instead of $\chi = \text{const}$ (3): а) on the surface, б) at a depth of 5 cm

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тепловые параметры грунта являются существенным фактором почвообразования и важны для расчета переноса и продуцирования CO_2 . Поэтому их оценке уделяется большое внимание в современных исследованиях.

Лесные песчаные почвы представляют собой слоистую структуру, и следует учитывать глубинную изменчивость теплофизических характеристик почв. Однако в течение суток и даже месяца коэффициент теплопроводности колеблется незначительно. В данной работе рассматривается случай линейной зависимости коэффициента температуропроводности от глубины.

Предложена модель суточного колебания температурной волны для неоднородной среды. Для подтверждения ее применения тепловые волны, оцененные МНК, сравнивались с реальными температурными измерениями и моделью Чудновского–Нерпина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельская Т. А. Температурный режим комплексного почвенного покрова. М.: ГЕОС, 2012. 282 с.
2. Лапина Л. Э. Метод вычисления коэффициента эффективной температуропроводности по данным измерений температуры почвы // Известия Коми НЦ УрО РАН. 2017. № 2. С. 12–15.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики: Учеб. пособие: Для вузов. В 5 т. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. 5-е изд., испр. М.: Физматлит, 2005. 544 с.

4. Тарасов П. А., Бакшеева Е. О., Иванов В. А. Исследование влияния мульчирования сплошной вырубке на температуру почвы // Вестник КрасГАУ. 2015. № 8. С. 75–80.
5. Чудновский А. Ф. Теплофизика почв. М.: Наука, 1976. 352 с.
6. Чудновский А. Ф., Нерпин С. В. Физика почвы. М.: Наука, 1967. 584 с.
7. Шейн Е. В. Курс физики почв. М.: МГУ, 2005. 432 с.
8. Шейн Е. В., Болотов А. Г., Мазиров М. А., Мартынов А. И. Определение профильного распределения температуры почвы на основании температуры ее поверхности // Земледелие. 2018. № 7. С. 26–29. doi: 10.24411/0044-3913-2018-10707
9. Шейн Е. В., Мазиров М. А., Михайлов Ф. Д., Мартынов А. И. Теплофизические характеристики почв – основа расчета и управления тепловым режимом почв // Земледелие. 2016. № 6. С. 20–23.
10. Glagolev M. V., Sabrekov A. F. On a problems related to a concept of soil thermal diffusivity and estimation of its dependence on soil moisture // Environmental Dynamics and Global Climate Change. 2019. Vol. 10, iss. 2. P. 68–85. doi: 10.17816/edgcc21202
11. Onwuka B. M. Effects of soil temperature on some soil properties and plant growth // Sch. J. Agr. Sci. 2016. Vol. 6, iss. 3. P. 89–93.
12. Sabrekov A. F., Glagolev M. V., Kleptsova I. E., Machida T., Maksyutov S. S. Methane emission from mires of the West Siberian taiga // Eurasian Soil Sci. 2013. Vol. 46. P. 1182–1193. doi: 10.1134/S1064229314010098

13. Sierra C. A., Trumbore S. E., Davidson E. A., Vicca S., Janssens I. Sensitivity of decomposition rates of soil organic matter with respect to simultaneous changes in temperature and moisture // *J. Adv. Model. Earth Syst.* 2015. Vol. 7. P. 335–356. doi: 10.1002/2014MS000358

14. Zhu X., Zhuang Q., Qin Z., Glagolev M., Song L. Estimating wetland methane emissions from thenorthern high latitudes from 1990 to 2009 using artificial neural networks // *Global Biogeochem. Cycles.* 2013. Vol. 27. P. 592–604. doi: 10.1002/gbc.20052

REFERENCES

1. Arkhangel'skaya T. A. Temperature regime of a complex soil cover. Moscow: GEOC; 2012. 282 p. (In Russ.)

2. Lapina L. E. Method for calculating the coefficient of effective thermal conductivity based on soil temperature measurements. *Izvestiya Komi NC UrO RAN = Proceedings Komi SC UrB RAS.* 2017;2:12–15. (In Russ.)

3. Sivukhin D. V. A general course of physics. Vol. II. Thermodynamics and molecular physics. Moscow: Fizmatlit; 2005. 544 p. (In Russ.)

4. Tarasov P. A., Baksheeva E. O., Ivanov V. A. Research on the impact of clear cut mulching on soil temperature. *Vestnik KrasGAU = The Bulletin of KrasGAU.* 2015;8:75–80. (In Russ.)

5. Chudnovskiy A. F. Soil thermophysics. Moscow: Nauka; 1976. 352 p. (In Russ.)

6. Chudnovskiy A. F., Nerpin S. V. Soil physics. Moscow: Nauka; 1967. 584 p. (In Russ.)

7. Shein E. V. A course of soilphysics. Moscow: MGU; 2005. 432 p. (In Russ.)

8. Shein E. V., Bolotov A. G., Mazirov M. A., Martinov A. I. Determination of the profile distribution of soil temperature based on its surface temperature. *Zemledelie = Agriculture.* 2018;7:26–29. doi: 10.24411/0044-3913-2018-10707 (In Russ.)

9. Shein E. V., Mazirov M. A., Mikayilov F. D., Martinov A. I. Thermophysical characteristics of soils – basis of calculation and management of the thermal regime of soils. *Zemledelie = Agriculture.* 2016;6:20–23. (In Russ.)

10. Glagolev M. V., Sabrekov A. F. On a problems related to a concept of soil thermal diffusivity and estimation of its dependence on soil moisture. *Environmental Dynamics and Global Climate Change.* 2019;10(2):68–85. doi: 10.17816/edgcc21202

11. Onwuka B. M. Effects of soil temperature on some soil properties and plant growth. *Sch. J. Agr. Sci.* 2016;6(3):89–93.

12. Sabrekov A. F., Glagolev M. V., Kleptsova I. E., Machida T., Maksyutov S. S. Methane emission from mires of the West Siberian taiga. *Eurasian Soil Sci.* 2013;46:1182–1193. doi: 10.1134/S1064229314010098

13. Sierra C. A., Trumbore S. E., Davidson E. A., Vicca S., Janssens I. Sensitivity of decomposition rates of soil organic matter with respect to simultaneous changes in temperature and moisture. *J. Adv. Model. Earth Syst.* 2015;7:335–356. doi: 10.1002/2014MS000358

14. Zhu X., Zhuang Q., Qin Z., Glagolev M., Song L. Estimating wetland methane emissions from thenorthern high latitudes from 1990 to 2009 using artificial neural networks. *Global Biogeochem. Cycles.* 2013;27:592–604. doi: 10.1002/gbc.20052

Поступила в редакцию / received: 12.05.2024; принята к публикации / accepted: 13.06.2024.
Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов / The author declares no conflict of interest.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ:

Грудова Ксения Васильевна
младший научный сотрудник

e-mail: grudova@krc.karelia.ru

CONTRIBUTOR:

Grudova, Kseniya
Junior Researcher