

УДК 51-76

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА CO_2 В ЛЕСНЫХ ПЕСЧАНЫХ ПОЧВАХ

К. В. Грудова

*Отдел комплексных научных исследований КарНЦ РАН,
ФИЦ «Карельский научный центр РАН», Петрозаводск, Россия*

В контексте проблемы анализа антропогенного воздействия на окружающую среду возникает потребность в исследовании динамики почвенного углерода. Учитывая зависимость процессов переноса и продуцирования CO_2 от текстуры почвы, влажности атмосферы, частоты осадков и других факторов, актуальной задачей является математическое описание газовой фазы почв для конкретной местности. В основу данной работы была взята математическая модель продуцирования и переноса углекислого газа в суточном диапазоне времени в лесных почвах, характерных для Восточной Фенноскандии. Модель ориентирована на сравнительный количественный анализ диффузионной и конвективной составляющих с целью оценки динамики дыхания почвы и изменений направлений стока (в атмосферу и глубинные горизонты, грунтовые воды). В работе осуществлен переход к безразмерному виду модели, предложены явно-неявная разностная схема и итерационный вычислительный алгоритм решения краевой задачи переноса углекислого газа в почвенном горизонте.

Ключевые слова: краевые задачи в пористой среде; диффузия и конвекция; перенос CO_2 в песчаных почвах; явно-неявная разностная схема.

K. V. Grudova. DIFFERENCE SCHEME OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM OF CO_2 TRANSPORT IN SANDY FOREST SOIL

In the context of anthropogenic environmental impact analysis, there is a need to study soil carbon dynamics. Since CO_2 transport and production depend on soil texture, air humidity, rainfall frequency, and other factors, mathematical description of the gaseous phase of soils in a specific area is a topical task. This work is based on a mathematical model of the production and transport of carbon dioxide in the circadian time range in forest soils typical of Eastern Fennoscandia. The model is focused on a comparative quantitative analysis of diffusive and convective components to assess the dynamics of soil respiration and changes in flow directions (towards the atmosphere and deep-lying horizons, to groundwater). In this paper, the transition to the dimensionless form of the model was implemented, an explicit-implicit difference scheme and an iterative computational algorithm for solving the boundary value problem of carbon dioxide transport in a soil horizon were proposed.

Keywords: boundary value problems in a porous medium; diffusion and convection; CO_2 transport in sandy soils; explicit-implicit difference scheme.

ВВЕДЕНИЕ

Поток CO_2 в атмосферу из почвы является одним из самых значимых в глобальном цикле углерода [17]. Для сравнения: в течение всего года количество CO_2 , выделяемого из почвы в атмосферу, примерно в 10 раз превышает ежегодное количество CO_2 , выделяемого при сжигании ископаемого топлива [15, 16]. Поэтому мониторинг динамики почвенного CO_2 имеет важное значение для количественной оценки и моделирования глобального цикла углерода, который, в свою очередь, исследуется в контексте проблемы антропогенного воздействия на биосферу. В данных исследованиях соответствующие математические модели представляют значительный интерес.

В связи с многообразием почв и условий их жизненного цикла возникает необходимость более пристального внимания к математическому описанию газовой фазы почв для конкретной взятой местности. Локальные экспериментальные данные позволяют делать выводы о преимущественной эмиссии или доминирующем стоке углерода на тех или иных территориях, о влиянии мелиорации почв, таяния вечной мерзлоты и т. д. Методы численного моделирования — один из способов получения информации, позволяющих анализировать баланс потоков углекислого газа и метана в различных почвенных и болотных экосистемах.

Более подробный обзор литературы, модели и их сравнение, тенденции развития математического моделирования в этой области представлены в [5, 9–11, 13, 14]. В книгах [8, 11, 12, 18] даются физически обоснованные математические описания газовой фазы почв.

В почве углекислый газ по большей части образуется за счет дыхания корней, химических процессов разложения органических веществ и жизнедеятельности микроорганизмов. Задача состоит в исследовании доли продуцируемого в почве CO_2 , которая достигает поверхности (с которой эмиссия CO_2 регистрируется достаточно надежно), и доли, которая депонируется глубинными слоями почвы (в частности, уносится грунтовыми водами).

В данной работе рассматривается модель продуцирования и переноса углекислого газа в суточном диапазоне времени в лесных почвах Восточной Фенноскандии [2, 19]. При разработке разностных схем автор следовал работам [1, 4].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Кратко представим математическую модель, предложенную в [2, 19]. Уравнение материального баланса (знак тождества \equiv бу-

дем использовать также в смысле равенства по определению):

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = \mathcal{F}_{tr} + \mathcal{F}_{pr}, \quad \mathcal{F}_{tr} = -\frac{\partial J}{\partial z}, \quad (1)$$

$$C_m = C_g \varepsilon + C_w \theta, \quad C \equiv C_g,$$

где \mathcal{F}_{tr} — транспортное слагаемое; \mathcal{F}_{pr} — продуктивность верхнего корнеобитаемого слоя почвы; C_w — массовая концентрация CO_2 , растворенного в единице объема жидкости; $C_g \equiv C$ — массовая концентрация газа в единице объема почвенного воздуха; $\varepsilon(t, z)$ — порозность аэрации (объемная доля газа в почве); $\theta(t, z)$ — объемная доля влаги.

Транспортное слагаемое (\mathcal{F}_{tr}) зависит от плотности потока, которая выражается в виде суммы диффузионного и конвективного слагаемых [2, с. 41]:

$$J(t, z) = f_\varepsilon(\varepsilon) [-D \partial_z C(t, z) + VC(t, z)],$$

$$f_\varepsilon(\varepsilon) = \exp \left\{ -\frac{a}{\sigma(\varepsilon)} \right\}, \quad \sigma(\varepsilon) \equiv \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\theta + \zeta}.$$

В факторе порозности аэрации (f_ε) параметр a имеет «активационный» смысл. Характерный вид фактора f_ε в зависимости от параметра $a > 0$ представлен на рис. 1.

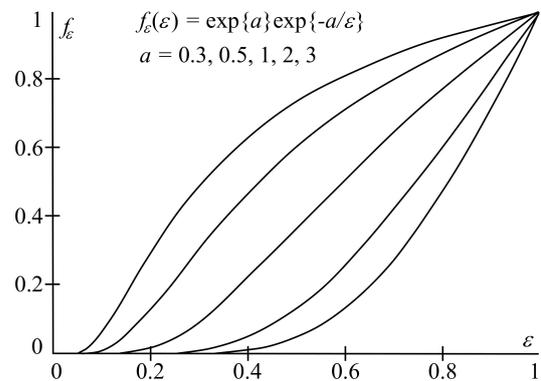


Рис. 1. Фактор порозности аэрации
Fig. 1. Aeration porosity factor

По данным [18, с. 40], с увеличением глубины порозность аэрации ($\varepsilon(t, z)$) монотонно убывает, а объемная влажность ($\theta(t, z)$) растет (с выходом на асимптоты). Величины ε , θ связаны соотношением $\varepsilon + \theta + \zeta = 1$, где ζ — объемная доля сухого вещества почвы. По θ и ζ , полученным экспериментально, вычисляется ε . Предполагая, что влага — питательный ресурс, будем использовать функции Моно (Михаэлиса–Ментен) [6, с. 18] вида $\theta = \theta_{\max} z / [z + h]$. Это кривая насыщения, в которой параметр h — глубина достижения половины «асимптотического» максимума.

Коэффициент диффузии ($D \equiv D(\bar{p}, T)$) и величина «обобщенной скорости» движения (молярного переноса) ($V \equiv V(\bar{p}, T, \partial_z T)$) имеют следующий вид:

$$D = D_0 \frac{p_0}{\bar{p}} \cdot \left[\frac{T}{T_0} \right]^2, \quad V = v - DT^{-1} \partial_z T,$$

$$v \equiv v(\bar{p}, T) = v_0 \frac{p_0}{\bar{p}} \cdot \frac{T}{T_0}.$$

В данном случае D_0 и «усредненная конвективная скорость среды» v_0 считаются варьируемыми в разумных пределах параметрами. В первом приближении $v_0 = \bar{v} = \text{const}$ для светового дня и ночи, причем знак \bar{v} не уточняется и выбирается отдельно ($\bar{v} = \bar{v}_{d,n}$).

Температурные зависимости определяются на основе волнового приближения [3, §14], [7, §55]. В модели рассматривается суточный ход температуры. В качестве аппроксимации для среднегодовых температурных волн (индекс y означает «year», а индекс J – «July») принимается следующее выражение:

$$\alpha_y \equiv \sqrt{\omega_y [2\chi_y]^{-1}}, \quad T_J(z) = T_\infty + \Delta T_y \exp \{ -\alpha_y z \} \cos \{ -\alpha_y z \},$$

где период колебаний $\tau_y = 2\pi/\omega_y$ равен году, ω_y – соответствующая частота, χ_y – коэффициент температуропроводности, T_∞ – установившееся значение температуры на глубине 2–3 метра (например, $T_\infty = 277,15$ К), ΔT_y – амплитуда колебания.

Для ориентировки по порядку величин значения параметров принимаются в соответствии с работой [3, с. 101]: период $\tau_y \approx 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \approx 3.15 \times 10^7$ с, частота $\omega_y \approx 2 \times 10^{-7}$, коэффициент $\chi_y \approx 2 \times 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$. Для численных расчетов по уравнению диффузии в относительно небольшом диапазоне времени принимается $[t] = \text{с}$.

Аналогичным образом для дневного диапазона используется аппроксимация

$$\alpha_d \equiv \sqrt{\omega_d [2\chi_d]^{-1}}, \quad T_d(t, z) = T_J(z) - \Delta T_d \exp \{ -\alpha_d z \} \cos \{ \omega_d t - \alpha_d z \}. \quad (2)$$

При этом $\omega_d \gg \omega_y$ (примерно в 365 раз) и $\alpha_d \gg \alpha_y$ (примерно в 19 раз). Так как лесная подстилка оказывает демпфирующее влияние, дневная амплитуда колебаний ΔT_d будет невелика (например, $\Delta T_d = 2$). За начальный момент времени в формуле (2) принимается начало нагрева почвы после ночного охлаждения (6 часов утра). Минимум приповерхностной ($z = 0$) температуры достигается при $t = 0$.

Характерный вид второго слагаемого (продуктивности) $\text{Pr} = \mathcal{F}_{\text{pr}}$ представлен на рис. 2 (где $[\text{Pr}] = \text{mg}/\text{m}^2 \cdot \text{cm} \cdot \text{h}$, как на Fig. 3.9 [18]).

Продуктивность моделируется на основе зависимости $\mathcal{F}_{\text{pr}} = A \exp\{-b/z\}/z^k$, $k > 0$. Аррениусовский всплеск в подповерхностном слое (температуру и влажность считаем максимально благоприятными) сменяется относительно медленным спадом со степенной скоростью (плотность корней, бактерий, органических веществ быстро падает). Параметры A, b, k будут уточняться в лабораторных условиях.

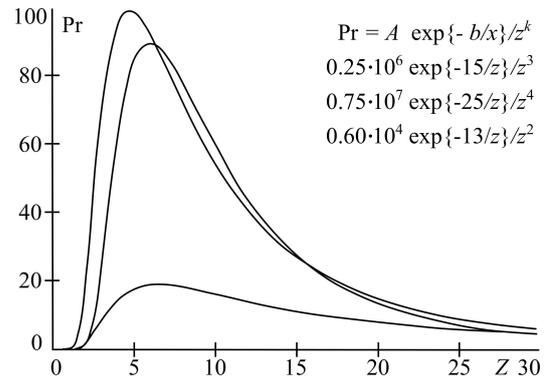


Рис. 2. Продуктивность CO_2

Fig. 2. CO_2 productivity

Так как продуктивность зависит от отклонений температуры и влажности от оптимальных значений, то примем

$$\mathcal{F}_{\text{pr}} = f_\theta(\theta) f_T(T) A \exp \{ -bz^{-1} \} z^{-k},$$

$$\theta = \theta(t, z), \quad T = T(t, z).$$

Фактор влажности фиксируем в форме [8]:

$$f_\theta(\theta) = \left[\frac{\theta - \theta_{\min}^0}{\hat{\theta} - \theta_{\min}^0} \right]^\alpha \cdot \left[\frac{\theta_{\max}^0 - \theta}{\theta_{\max}^0 - \hat{\theta}} \right]^\beta,$$

$$\alpha > 1, \quad \beta > 0.$$

Значение $\hat{\theta} = [\alpha\theta_{\max}^0 + \beta\theta_{\min}^0]/[\alpha + \beta]$ оптимальной влажности (при благоприятной температуре), для которой $f_{\max} = f_\theta(\hat{\theta}) = 1$, задается из опытных данных. Параметр $\alpha > 1$ варьируется, а значение $\beta > 0$ вычисляется по заданным $\hat{\theta}$, α как $\beta = \alpha(\theta_{\max} - \hat{\theta})/(\hat{\theta} - \theta_{\min})$. Характерный вид f_θ представлен на рис. 3.

Аналогичным образом определяется фактор температуры $f_T(T)$.

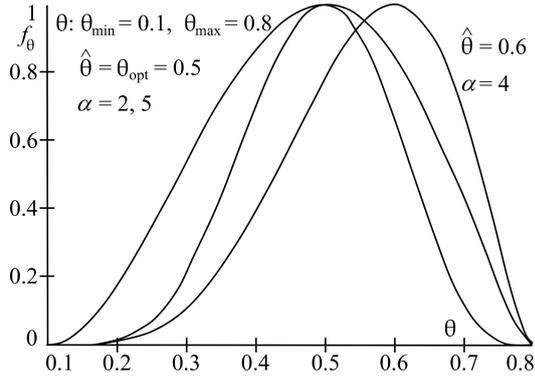


Рис. 3. Зависимость фактора f_θ от $a = \alpha$
 Fig. 3. Dependence of the factor f_θ on the $a = \alpha$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МОДЕЛИ: ПЕРЕХОД К БЕЗРАЗМЕРНОМУ ВИДУ

Сделаем замену времени $t = H^2 D_0^{-1} t'$, где $H^2 D_0^{-1}$ — характерное время диффузии, и замену независимой переменной $z = Hx$, $\widehat{C}(t', x) = C(t(t'), z(x))$. Введем соответствующую нормировку концентраций и оставим прежнее обозначение для функции $\widehat{C}(t', x) := \widehat{C}(t', x)/c$, где c — концентрация углекислого газа в атмосфере. После указанной замены переменных уравнение материального баланса (1) примет вид:

$$\frac{\partial \widehat{C}}{\partial t'} = \widehat{\mathcal{F}}_{\text{tr}} + \widehat{\mathcal{F}}_{\text{pr}}; \quad \widehat{\mathcal{F}}_{\text{tr}} = -\frac{\partial \widehat{J}}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\widehat{\mathcal{F}}_{\text{pr}} = f_\theta(\theta) f_T(T) \frac{A}{(Hx)^{-k}} \exp\left\{-\frac{b}{Hx}\right\}. \quad (4)$$

При этом плотность потока преобразуется к виду ($\widehat{D} \equiv \widehat{D}(t', x)$, $\widehat{V} \equiv \widehat{V}(\bar{p}, T, \partial_x T)$):

$$\widehat{J} = -\widehat{D} \frac{\partial \widehat{C}}{\partial x} + \widehat{V} \widehat{C},$$

где

$$\widehat{D} = f_\varepsilon(\varepsilon) \frac{p_0}{\bar{p}} \cdot \left[\frac{T}{T_0}\right]^2, \quad v(\bar{p}, T) \equiv v_0 \frac{p_0}{\bar{p}} \cdot \frac{T}{T_0},$$

$$\widehat{V} = f_\varepsilon(\varepsilon) H D_0^{-1} v(\bar{p}, T) - \widehat{D} T^{-1} \partial_x T.$$

После преобразований объемная влажность (θ) и температурные зависимости (T) примут следующий вид:

$$\theta \equiv \theta(t', x) = \theta_{\max} x / [x + h(t')],$$

$$h(t') = h_0 / H + v_h t' H D^{-1}, \quad v_h = v_{h,d} > 0;$$

$$T \equiv T_d(t', x) = T_J(x) - \Delta T_d \exp\{-\alpha_d Hx\}$$

$$\times \cos\{\omega_d t' H^2 D_0^{-1} - \alpha_d Hx\},$$

$$T_J(x) = T_\infty + \Delta T_y \exp\{-\alpha_y Hx\}$$

$$\times \cos\{-\alpha_y Hx\}.$$

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ

Введем сетку $\{x_m = m\bar{h}_m, m = 0, 1, \dots, M\}$, где \bar{h}_m — шаг по пространственной переменной (глубине) между узлами x_{m-1} и x_m на момент времени t'_{n+1} . Будем использовать сетку с равномерным шагом $h_x = 1/M$, т.е. $\bar{h}_1 = \bar{h}_2 = \dots = \bar{h}_M := h_x$ для любого момента времени. Также вводим сетку по времени $\{t'_n = nh_{t'}, n = 0, 1, \dots\}$ с шагом $h_{t'}$. Приближенные значения концентрации CO_2 в почве обозначим $\{\widehat{C}_m^n\}$.

В уравнении материального баланса (3) выделяются две составляющие — транспортное слагаемое и продуктивность верхнего корнеобитаемого слоя почвы. В свою очередь, транспортное слагаемое ($\widehat{\mathcal{F}}_{\text{tr}}$) разделяется на две основные части: диффузионную и конвективную. В соответствии с работой [1] для диффузионной составляющей транспортного слагаемого используется техника неявных разностных схем, а для конвективной — явных. Диффузионное слагаемое содержит переменный коэффициент $\widehat{D}(t', x)$, что представляет некоторую сложность в построении разностной схемы. Один из вариантов решения данной проблемы предложен в книге [4], который и был взят за основу. В результате построена следующая неявная разностная схема ($\sigma = 0.5$):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\widehat{D}(t', x) \frac{\partial \widehat{C}(t', x)}{\partial x} \right) \\ & \approx \bar{\chi}_{m-1/2} \frac{\widehat{C}_{m-1}^{n+1} - \widehat{C}_m^{n+1} + \widehat{C}_{m-1}^n - \widehat{C}_m^n}{2h_x^2} \\ & - \bar{\chi}_{m+1/2} \frac{\widehat{C}_m^n - \widehat{C}_{m+1}^n + \widehat{C}_m^{n+1} - \widehat{C}_{m+1}^{n+1}}{2h_x^2}, \\ & \bar{\chi}_{m\pm 1/2} \approx \frac{\widehat{D}_m^{n+1/2} + \widehat{D}_{m\pm 1}^{n+1/2}}{2} \\ & \approx \frac{2\widehat{D}_m^{n+1/2} \widehat{D}_{m\pm 1}^{n+1/2}}{\widehat{D}_m^{n+1/2} + \widehat{D}_{m\pm 1}^{n+1/2}} \approx \sqrt{\widehat{D}_m^{n+1/2} \widehat{D}_{m\pm 1}^{n+1/2}}. \end{aligned}$$

В данном и последующих уравнениях черта означает, что величина относится к моменту времени $t' = t' + h_{t'}/2$.

Для конвективного слагаемого примем

$$\frac{\partial \widehat{G}(t', x)}{\partial x} \approx \frac{\widehat{G}_{m+1}^n - \widehat{G}_m^n}{2h_x},$$

$$\text{где } \widehat{G}(t', x) = \widehat{V}(\bar{p}, T, \partial_x T) \widehat{C}(t', x).$$

В результате для уравнения материального баланса (3) получили линейную трехточечную (по пространству) разностную схему:

$$\begin{aligned} & \frac{\widehat{C}_m^{n+1} - \widehat{C}_m^n}{h_{t'}} \\ &= \bar{\chi}_{m+1/2} \frac{\widehat{C}_m^n - \widehat{C}_{m+1}^n + \widehat{C}_m^{n+1} - \widehat{C}_{m+1}^{n+1}}{2h_x^2} \\ & - \bar{\chi}_{m-1/2} \frac{\widehat{C}_{m-1}^{n+1} - \widehat{C}_m^{n+1} + \widehat{C}_{m-1}^n - \widehat{C}_m^n}{2h_x^2} \\ & - \frac{\widehat{G}_{m+1}^n - \widehat{G}_{m-1}^n}{2h_x} + \varphi(n, m). \end{aligned}$$

Для обеспечения монотонности схемы в качестве шага по времени $h_{t'}$ необходимо брать малое значение: $h_{t'} \leq 2/3 \min \left(\frac{h_x^2}{\chi_m} \right)$ [4].

Продуктивность корнеобитаемого слоя почвы представлена зависимостью (4), и для нее можно использовать аппроксимацию

$$\begin{aligned} \varphi(n, m) &= \frac{1}{h_{t'} h_x} \int_{t'}^{t'+h_{t'}} dt' \int_{x_{m-1/2}}^{x_{m+1/2}} dx f_{pr}(t', x) \\ &\approx \frac{1}{2} f_{pr}(\bar{t}', x_{m-1/2}) + \frac{1}{2} f_{pr}(\bar{t}', x_{m+1/2}). \end{aligned}$$

Рассмотрим уравнение перехода с n -го на $(n+1)$ -й слой по времени:

$$\begin{aligned} & \omega_1 [\widehat{C}_{m-1}^n - \widehat{C}_{m-1}^{n+1}] + \omega_2 [\widehat{C}_{m+1}^n - \widehat{C}_{m+1}^{n+1}] \\ & + \omega_3 [\widehat{C}_m^n - \widehat{C}_m^{n+1}] + \Psi_m^n = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\omega_1 \equiv (2h_x^2)^{-1} \bar{\chi}_{m-1/2}, \omega_2 \equiv (2h_x^2)^{-1} \bar{\chi}_{m+1/2},$$

$$\omega_3 \equiv (h_{t'})^{-1} - \omega_1 - \omega_2,$$

$$\Psi_m^n \equiv \varphi(n, m) - [\widehat{G}_{m+1}^n - \widehat{G}_{m-1}^n] (2h_x)^{-1}.$$

Следуя методу прогонки, ищем приближенные значения концентрации в узлах сетки на $(n+1)$ -м слое в виде $\widehat{C}_m^{n+1} = \alpha_{m+1} \widehat{C}_{m+1}^{n+1} + \beta_{m+1}$, $m = 0, \dots, M-1$. Применяв это выражение к (5), получим выражение для прогоночных коэффициентов ($m = 1, \dots, M-1$):

$$\begin{aligned} \alpha_{m+1} &= -\frac{\omega_2}{\omega_3 + \omega_1 \alpha_m}, \quad \beta_{m+1} = -\alpha_{m+1} \widehat{C}_{m+1}^n \\ & + \frac{\omega_1 [\widehat{C}_{m-1}^n - \beta_m] + \omega_3 \widehat{C}_m^n + \Psi_m^n}{\omega_3 + \omega_1 \alpha_m}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для реализации обратного хода прогонки необходимо знать значения α_1, β_1 . Из выражения $\widehat{C}_0^{n+1} = \alpha_1 \widehat{C}_1^{n+1} + \beta_1$ получим $\alpha_1 = 0$, а $\beta_1 = \widehat{C}_0^{n+1}$. В качестве значений \widehat{C}_0^{n+1} и \widehat{C}_M^{n+1} ,

необходимых для реализации обратного хода прогонки, возьмем экспериментальные данные. По полученным значениям α_1, β_1 с помощью уравнений (6) находим оставшиеся прогоночные коэффициенты $\alpha_i, \beta_i, i = 2, \dots, M-1$.

На следующем шаге обратным ходом прогонки ищем приближенные значения концентрации в узлах сетки на $(n+1)$ -м слое.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учитывая зависимость процессов переноса и продуцирования CO_2 от почвенных структур, погодных условий и других факторов, актуальной задачей является математическое описание газовой фазы почв для конкретной местности. В работе кратко описывается задача моделирования продуцирования и переноса углекислого газа в суточном диапазоне времени в лесных почвах, характерных для Восточной Финноскандии. Разработана явно-неявная разностная схема и итерационный вычислительный алгоритм решения краевой задачи переноса углекислого газа в почвенном горизонте (техника неявных разностных схем используется для диффузионного слагаемого, а явных – для конвективного).

Финансирование исследований осуществлялось из средств федерального бюджета на выполнение государственного задания КарНЦ РАН (Отдел комплексных научных исследований КарНЦ РАН).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гамзаев Х. М. Численный метод решения коэффициентной обратной задачи для уравнения диффузии – конвекции – реакции // Вестник ТГУ. Математика и механика. 2017. № 50. С. 67–78. doi: 10.17223/19988621/50/6
2. Заика Ю. В., Бахмет О. Н. Краевая задача переноса CO_2 в лесных песчаных почвах // Труды КарНЦ РАН. 2020. № 7. С. 34–45. doi: 10.17076/mat1244
3. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики. М.: ИЛ, 1950. 457 с.
4. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. С. 380–384.
5. Полуэктов Р. А., Смоляр Э. И., Тарлеев В. В., Топаж А. Г. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. СПб.: СПбГУ, 2006. 396 с.
6. Ризниченко Г. Ю. Математические модели в биофизике и экологии. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 184 с.

7. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2005. 544 с.
8. Смагин А. В. Газовая фаза почв. М.: МГУ, 2005. 301 с.
9. Тарко А. М. Антропогенные изменения глобальных биосферных процессов. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 2005. 232 с.
10. Чертов О. Г., Комаров А. С., Надпорожская М. А., Михайлов А. В., Быховец С. С., Зудин С. Л., Зубкова Е. В. Динамическое моделирование процессов трансформации органического вещества почв. Имитационная модель ROMUL. СПб.: СПбГУ, 2007. 96 с.
11. Шейн Е. В., Рыжова И. М. Математическое моделирование в почвоведении. М.: ИП Маракушев А. Б., 2016. 377 с.
12. Шейн Е. В. Курс физики почв. М.: МГУ, 2005. 432 с.
13. Edmund M. R., Kiona O., Heather K., Kimberly E. S., Yolima C., Elise P. Modeling soil CO₂ production and transport with dynamic source and diffusion terms: testing the steady-state assumption using DETECT v1.0 // Geosci. Model Dev. 2018. P. 1909–1928. doi: 10.5194/gmd-11-1909-2018
14. Enrique P. S., Russell L. S., Joost van H., Greg A. B. Improving the accuracy of the gradient method for determining soil carbon dioxide efflux // J. Geophys. Res. Biogeosci. 2017. P. 50–64. doi: 10.1002/2016JG003530
15. Friedlingstein P., Andrew R. M., Rogelj J., Peters G., Canadell J. G., Knutti R., Luderer G., Raupach M. R., Schaeffer M., Van Vuuren D. P. Persistent growth of CO₂ emissions and implications for reaching climate targets // Nat. Geosci. 2014. No. 7. P. 709–715. doi: 10.1038/ngeo2248
16. Hashimoto S., Carvalhais N., Ito A., Migliavacca M., Nishina K., Reichstein M. Global spatiotemporal distribution of soil respiration modeled using a global database // Biogeosciences. 2015. No. 12. P. 4121–4132. doi: 10.5194/bg-12-4121-2015
17. Raich J. W., Schlesinger W. H. The global carbon dioxide flux in soil respiration and its relationship to vegetation and climate // Tellus B. 1992. Vol. 44, no. 2. P. 81–99. doi: 10.1034/j.1600-0889.1992.t01-1-00001.x
18. Richter J. The soil as a reactor: modelling processes in the soil. Catena Verlag, 1987. 192 p.
19. Zaika Yu. V., Bakhmet O. N. Boundary value problem of CO₂ production and transport in forest sandy soil / A Closer Look at Boundary Value Problems, New York: Nova Sci. Publ., 2020.

Поступила в редакцию 29.04.2021

REFERENCES

1. Gamzaev H. M. Chislennyi metod resheniya koeffitsientnoi obratnoi zadachi dlya uravneniya diffuzii – konveksii – reaktsii. Vestnik TG. Matematika i mekhanika [A numerical method for solving the coefficient inverse problem for diffusion-convection-reaction equation. Tomsk St. Univ. J. Mathematics and Mechanics]. 2017. Vol. 50. P. 67–78. doi: 10.17223/19988621/50/6
2. Zaika Yu. V., Bakhmet O. N. Kraevaya zadacha perenosa CO₂ v lesnykh peschanykh pochvakh [Boundary value problem of CO₂ production and transport in forest sandy soil]. Trudy KarNTs RAN [Trans. KarRC RAS]. 2020. No. 7. P. 34–45. doi: 10.17076/mat1244
3. Zommerfel'd A. Differentsial'nye uravneniya v chastnykh proizvodnykh fiziki [Differential equations in partial derivatives in physics]. Moscow: IL, 1950. 457 p.
4. Kalitkin N. N. Chislennyye metody [Numerical methods]. Moscow: Nauka, 1978. P. 380–384.
5. Poluektov R. A., Smolyar E. I., Tarleev V. V., Topazh A. G. Modeli produktsionnogo protsesssa sel'skokhozyaistvennykh kul'tur [Models of the productional process in crops]. St. Petersburg: SPbGU, 2006. 396 p.
6. Riznichenko G. Yu. Matematicheskie modeli v biofizike i ekologii [Mathematical models in biophysics and ecology]. Moscow; Izhevsk: IKI, 2003. 184 p.
7. Sivukhin D. V. Obshchii kurs fiziki. T. II. Termodinamika i molekulyarnaya fizika [A general physics course. Vol. II. Thermodynamics and molecular physics]. Moscow: Fizmatlit, 2005. 544 p.
8. Smagin A. V. Gazovaya faza pochv [Gaseous phase of soils]. Moscow: MGU, 2005. 301 p.
9. Tarko A. M. Antropogennyye izmeneniya global'nykh biosfernykh protsessov. Matem. modelirovanie [Man-induced changes in global biosphere processes. Mathematical modelling]. Moscow: Fizmatlit, 2005. 232 p.
10. Chertov O. G., Komarov A. S., Nadporozhskaya M. A., Mikhailov A. V., Bykhovets S. S., Zudin S. L., Zubkova E. V. Dinamicheskoe modelirovanie protsessov transformatsii organicheskogo veshchestva pochv. Imitatsionnaya model' ROMUL [Dynamic modelling of transformation processes of organic matter in soils. ROMUL simulation model]. St. Petersburg: SPbGU, 2007. 96 p.
11. Shein E. V., Ryzhova I. M. Matematicheskoe modelirovanie v pochvovedenii [Mathematical

modelling in soil science]. Moscow: IP Marakushev A. B., 2016. 377 p.

12. *Shein E. V.* Kurs fiziki pochv [A course of soil physics]. Moscow: MGU, 2005. 432 p.

13. *Edmund M. R., Kiona O., Heather K., Kimberly E. S., Yolima C., Elise P.* Modeling soil CO_2 production and transport with dynamic source and diffusion terms: testing the steady-state assumption using DETECT v1.0. *Geosci. Model Dev.* 2018. P. 1909–1928. doi: 10.5194/gmd-11-1909-2018

14. *Enrique P. S., Russell L. S., Joost van H., Greg A. B.* Improving the accuracy of the gradient method for determining soil carbon dioxide efflux. *J. Geophys. Res. Biogeosci.* 2017. P. 50–64. doi: 10.1002/2016JG003530

15. *Friedlingstein P., Andrew R. M., Rogelj J., Peters G., Canadell J. G., Knutti R., Luderer G., Raupach M. R., Schaeffer M., Van Vuuren D. P.* Persistent growth of CO_2 emissions and implications for reaching climate

targets. *Nat. Geosci.* 2014. No. 7. P. 709–715. doi: 10.1038/ngeo2248

16. *Hashimoto S., Carvalhais N., Ito A., Migliavacca M., Nishina K., Reichstein M.* Global spatiotemporal distribution of soil respiration modeled using a global database. *Biogeosciences.* 2015. No. 12. P. 4121–4132. doi: 10.5194/bg-12-4121-2015

17. *Raich J. W., Schlesinger W. H.* The global carbon dioxide flux in soil respiration and its relationship to vegetation and climate. *Tellus B.* 1992. Vol. 44, no. 2. P. 81–99. doi: 10.1034/j.1600-0889.1992.t01-1-00001.x

18. *Richter J.* The soil as a reactor: modelling processes in the soil. Catena Verlag, 1987. 192 p.

19. *Zaika Yu. V., Bakhmet O. N.* Boundary value problem of CO_2 production and transport in forest sandy soil. *A Closer Look at Boundary Value Problems.* Nova Science Publ., New York, 2020.

Received April 29, 2021

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ:

Грудова Ксения Васильевна

младший научный сотрудник
Отдел комплексных научных исследований
КарНЦ РАН, Федеральный исследовательский
центр «Карельский научный центр РАН»
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
Республика Карелия, Россия, 185910
эл. почта: grudova@krc.karelia.ru
тел.: (8142) 766312

CONTRIBUTOR:

Grudova, Kseniya

Department of Multidisciplinary Scientific Research,
Karelian Research Centre,
Russian Academy of Sciences
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk,
Karelia, Russia
e-mail: grudova@krc.karelia.ru
tel.: (8142) 766312