

УДК 519.8

СИТУАЦИЯ РАВНОВЕСИЯ В ИГРЕ ПАТРУЛИРОВАНИЯ С КАМЕРОЙ СЛЕЖЕНИЯ

В. В. Гусев

*Институт прикладных математических исследований
Карельского научного центра РАН*

С помощью методов теории игр получены ситуации равновесия в задаче патрулирования на графе. В статье найдено решение игры для графа, который является моделью потока информации от источника к приемнику данных. Сделано предположение, что в каждой вершине графа установлена камера слежения. При таком предположении найдено равновесие в игре для неориентированного связного и ориентированного деревьев.

Ключевые слова: антагонистическая игра; патрулирующий; атакующий; граф; равновесие; стратегия; камера слежения.

V. V. Gusev. AN EQUILIBRIUM SITUATION IN A PATROLLING GAME WITH A TRACKING CAMERA

Equilibrium situations in a problem of patrolling on a graph were obtained using game theory methods. The solution of the game was found for a graph modeling the flux of information from data source to sink. It is assumed that there is a tracking camera in each graph vertex. Under this assumption, equilibrium was found in the game for an undirected connected tree and a directed tree.

Key words: antagonistic game; patrolling; attacking; graph; equilibrium; strategy; tracking camera.

ВВЕДЕНИЕ

В данной статье рассматривается антагонистическая игра патрулирования с двумя игроками. Первый игрок – это патрулирующий, второй – атакующий. Цель патрулирующего – поймать атакующего. Игра проходит на некоторой местности, моделью которой является граф. В зависимости от разных видов графов в статье найдены ситуации равновесия. В некоторых случаях предполагается, что в каждой вершине установлена камера слежения, т. е. как только атакующий появится на местности, об этом сразу же узнает патрулирующий и направляется к месту атаки. В насто-

ящей работе проводится сравнение выигрыша патрулирующего в игре без установленных камер слежения с выигрышем патрулирующего в игре, когда камеры установлены. Об играх патрулирования можно ознакомиться в [3, 4].

Постановка задачи

Рассмотрим игру патрулирования $G = \langle P, A; Q; S_1, S_2; H \rangle$, в которой P – патрулирующий; A – атакующий; $Q = \langle V, E \rangle$ – неориентированный граф, где V – множество вершин, E – множество ребер, $n = |V|$ – количество вершин в графе. Q может быть как ориентированным, так и нет. Вершины графа Q будем обозначать $v_j, j = 1, \dots, n$, запись

$v_j = 0$ означает, что v_j не является вершиной. Две разные вершины графа могут соединяться только одним ребром, может существовать ребро вида (v_k, v_k) . Заметим, что граф Q может быть несвязным. В примерах вершины графа обозначаются натуральными числами.

Множество стратегий патрулирующего S_1 представляет пути патрулирования $u = v_{k_1} - v_{k_2} - \dots - v_{k_T}$, где $\forall j = 1, \dots, T : v_{k_j} \in V, 1 \leq k_j \leq n, T \geq 1; \forall t = 1, \dots, T - 1 : (v_{k_t}, v_{k_{t+1}}) \in E$. Элементы множества S_2 стратегии атакующего, которые будем называть атаками, представим в виде $\underbrace{0 - \dots - 0}_t - \underbrace{v - \dots - v}_m - 0 - \dots - 0$

$t = 0, \dots, T - m$, или более кратко $w = (t, v)$, где t – момент посещения вершины v .

Функцией выигрыша $H(u, w), u \in S_1, w \in S_2$ является вероятность поимки атакующего игрока патрулирующим игроком:

$$H(u, w) = \begin{cases} 0, \forall j = 1, \dots, m : v_{k_{t+j}} \neq v; \\ 1, \exists j = 1, \dots, m : v_{k_{t+j}} = v. \end{cases}$$

Если $H(u, w) = 1$, то будем говорить, что путь u ловит атаку w .

Игру $G = \langle P, A; Q; S_1, S_2; H \rangle$ для краткости запишем как $G(Q, T, m)$, где m – время, которое необходимо атакующему для проведения атаки; T – длина пути ($m \leq T$). Нас будут интересовать в данной игре ситуация равновесия и значение игры.

ЗНАЧЕНИЕ ИГРЫ $G(Q, T, m)$ ПРИ $Q = B_n$

Пусть B_n – ориентированный граф из n вершин, в котором каждая вершина является либо начальной вершиной, либо конечной. Обозначим за N – множество начальных вершин, за K – множество конечных вершин. $|N|, |K|$ – количество начальных и конечных вершин соответственно. Например, два графа B_{15} изображены на рис. 1.

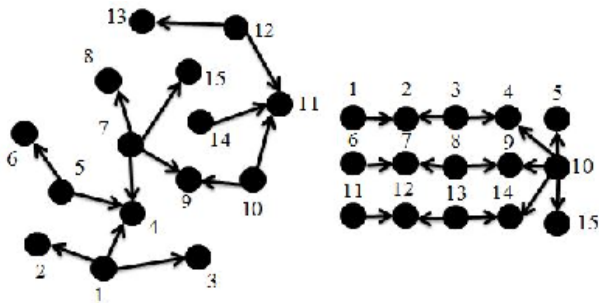


Рис. 1. Графы B_{15}

Рассматриваемый граф B_n является моделью перехода информации от некоторого источника к некоторому приемнику данных.

Теорема 1. Значение игры $G(B_n, T, m)$ равно

$$H = \begin{cases} \frac{1}{r}, T \geq 2m - 1; \\ \frac{1}{r}, T < 2m - 1, \end{cases}$$

где r – минимальное число подграфов из двух вершин, на которые можно разбить граф B_n .

Доказательство. Предположим, что $T \geq 2m - 1$. Пусть x – смешанная стратегия патрулирующего, при которой игрок равновероятно выбирает пути из множества $\overline{S_1} = \{ \underbrace{v_n - \dots - v_n}_{T-m+1} - \underbrace{v_l - \dots - v_l}_{m-1}, \underbrace{v_p - \dots - v_p}_{m-1} -$

$\underbrace{v_k - \dots - v_k}_{T-m+1} | n = 1, \dots, |N|, k = 1, \dots, |K| v_n \in N, v_k \in K v_l, v_p \in V, (v_n, v_l), (v_p, v_k) \in E \}$, y – смешанная стратегия атакующего, при которой игрок равновероятно выбирает атаки из множества $\overline{S_2} = \{ 0 - \dots - 0 - v_n - \dots - v_n, v_k - \dots - v_k - 0 - \dots - 0 | n = 1, \dots, |N|, k = 1, \dots, |K|, v_n \in N, v_k \in K \}$. Докажем, что стратегии x, y – ситуация равновесия. Для того чтобы x, y являлись ситуацией равновесия, достаточно доказать, что для любых чистых стратегий $u \in S_1, w \in S_2$ выполняются неравенства $H(u, y) \leq H(x, y) \leq H(x, w)$ [1], $H(x, y) = \frac{1}{n}$. Докажем первое неравенство $H(u, y) \leq H(x, y) \forall u \in S_1$ методом от противного. Предположим, что существует такой путь u' , для которого выполняется $H(u', y) > H(x, y)$. Тогда путь u' должен поймать не менее двух атак из множества $\overline{S_2}$. Так как атаки на конечные вершины начинаются в первый момент времени, а атаки на начальные вершины заканчиваются в момент времени T , то путь u' может поймать не менее одной атаки только тогда, когда $T < 2m - 1$. Но, по предположению, $T \geq 2m - 1$. Получаем противоречие, следовательно $H(u, y) \leq H(x, y) \forall u \in S_1$. Докажем второе неравенство $H(x, y) \leq H(x, w)$. Предположим, что существует такая атака $w' \in S_2$, что $H(x, y) > H(x, w')$. Так как платежная матрица для путей и атак из множеств $\overline{S_1}, \overline{S_2}$ – единичная, то w' – это такая атака из S_2 , которая не ловится ни разу путями из $\overline{S_1}$. Но пути из $\overline{S_1}$ подобраны так, что любая атака из S_2 ловится хотя бы одним путем из $\overline{S_1}$. Получаем противоречие, следовательно $H(x, y) \leq H(x, w)$. Значит x, y – ситуация равновесия.

Пусть $T < 2m - 1$. Разобьем граф B_n на орграфы $B_2^1, B_2^2, \dots, B_2^l$ (орграфы из двух вершин) так, чтобы $B_n = \min \bigcup_{k=1}^l B_2^k$. Если одна и та же вершина принадлежит двум разным графам B_2^i и B_2^j , то объединение происходит путем наложения одинаковых вершин. Если между двумя разными вершинами графов B_2^i

и B_2^j существует ребро, то объединение графов происходит за счет этого ребра. Предположим, что граф B_n разбит на r оргграфов. Пусть y – смешанная стратегия атакующего, при которой игрок равновероятно выбирает атаки из множества $\overline{S_2} = \{0 - \dots - 0 - v_i - \dots - v_i\}$. Опишем, какие вершины выбирает атакующий для атаки (т. е. v_i): если существуют два графа B_2^i и B_2^j , которые имеют общую вершину, то v_i – это такая вершина, которая принадлежит только одному из графов B_2^i и B_2^j ; если при разбиении существует такой граф B_2^i , который не имеет общих вершин с другими графами, то v_i – это крайняя вершина графа B_2 . Обозначим множество вершин, на которые нападает атакующий, буквой L . Пусть x – смешанная стратегия патрулирующего, при которой игрок выбирает пути из множества $\overline{S_1} = \{\underbrace{v_n - \dots - v_n}_{m-1} - v_i - \dots - v_i, v_j - \dots - v_j - \underbrace{v_k - \dots - v_k}_{m-1} | v_n, v_k \in L, v_n \in N, v_k \in K, v_i, v_j \in$

$V, (v_n, v_i), (v_j, v_k) \in E\}$. Докажем, что стратегии x, y являются ситуацией равновесия. Для того чтобы x, y являлись ситуацией равновесия, достаточно доказать, что для любых чистых стратегий $u \in S_1, w \in S_2$ выполняются неравенства $H(u, y) \leq H(x, y) \leq H(x, w)$. Число путей и атак в множествах $\overline{S_1}, \overline{S_2}$ равно r , и любой путь из $\overline{S_1}$ ловит только одну атаку из $\overline{S_2}$, так же, как любая атака из $\overline{S_2}$ ловится только одним путем из $\overline{S_1}$. Значит, $H(x, y) = \frac{1}{r}$. Путь $u \in S_1$ не может поймать более двух атак из $\overline{S_2}$, так же, как и атака $w \in \overline{S_2}$ ловится хотя бы одним из путей множества $\overline{S_1}$. Поэтому x, y – ситуация равновесия. \square

Пример 1. Рассмотрим игру $G(B_{15}, 7, 3)$, где B_{15} изображен на рис. 1 слева. Составим платежную матрицу для путей и атак из множеств $\overline{S_1}, \overline{S_2}$ (табл. 1).

Таблица 1. Платежная матрица для путей и атак из множеств $\overline{S_1}, \overline{S_2}$ в игре $G(B_{15}, 7, 3)$

| | 0-0-0-0-1-1-1 | 2-2-2-0-0-0-0 | 3-3-3-0-0-0-0 | 4-4-4-0-0-0-0 | 0-0-0-0-5-5-5 | 6-6-6-0-0-0-0 | 0-0-0-0-7-7-7 | 8-8-8-0-0-0-0 | 9-9-9-0-0-0-0 | 0-0-0-0-10-10-10 | 11-11-11-0-0-0-0 | 0-0-0-0-12-12-12 | 13-13-13-0-0-0-0 | 0-0-0-0-14-14-14 | 15-15-15-0-0-0-0 |
|-------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1-1-1-1-1-1-4-4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1-1-2-2-2-2-2-2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1-1-3-3-3-3-3-3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7-7-4-4-4-4-4-4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5-5-5-5-5-6-6-6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5-5-6-6-6-6-6-6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7-7-7-7-7-15-15-15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7-7-8-8-8-8-8-8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10-10-9-9-9-9-9-9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10-10-10-10-10-11-11-11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14-14-11-11-11-11-11-11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12-12-12-12-12-13-13-13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 12-12-13-13-13-13-13-13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 14-14-14-14-14-11-11-11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 7-7-15-15-15-15-15-15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Игроки выбирают пути и атаки с вероятностью $\frac{1}{n} = \frac{1}{15}$, значение игры $H = \frac{1}{n} = \frac{1}{15}$.

Пример 2. Рассмотрим игру $G(B_{15}, 5, 4)$, где B_{15} изображен на рис. 1 слева. Так как $T < 2m - 1$, то нужно разбить B_{15} на оргграфы B_2

(рис. 2). Составим платежную матрицу для путей и атак из множеств $\overline{S_1}, \overline{S_2}$ (табл. 2).

Таблица 2. Платежная матрица для путей и атак из множеств $\overline{S_1}, \overline{S_2}$ в игре $G(B_{15}, 7, 3)$

| | 0-2-2-2-2 | 0-3-3-3-3 | 0-4-4-4-4 | 0-6-6-6-6 | 0-8-8-8-8 | 0-10-10-10-10 | 0-13-13-13-13 | 0-14-14-14-14 | 0-15-15-15-15 |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1-1-2-2-2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1-1-3-3-3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7-7-7-4-4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5-5-6-6-6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7-7-8-8-8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10-10-10-9-9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 12-12-13-13-13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 14-14-14-11-11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 7-7-15-15-15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

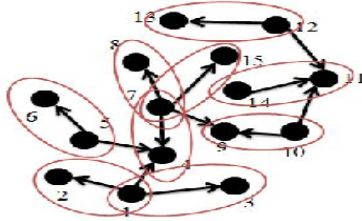


Рис. 2. Разбиение графа L_{15}

Игроки выбирают пути и атаки с вероятностью $\frac{1}{r} = \frac{1}{9}$, значение игры $H = \frac{1}{r} = \frac{1}{9}$.

ИГРА ПАТРУЛИРОВАНИЯ С КАМЕРОЙ СЛЕЖЕНИЯ

Введем обозначения: $u(x, y)$ – путь в графе, который начинается в вершине $x \in V$ и заканчивается в вершине $y \in V$, причем каждая вершина в пути встречается только один раз; $\lambda(u(x, y))$ – число вершин в пути $u(x, y)$, считая x и y ; $d = \max_{x, y \in V} \lambda(u(x, y))$ – диаметр, максимальное количество вершин, которое может находиться между двумя произвольными вершинами $x, y \in V$. Центром графа Q назовем такую вершину $v_c \in V : \forall v \in V |\lambda(u(v_c, v))| \leq [\frac{d}{2}] + 1$.

Определение 1. Пусть атакующий выбирает атаку (t, v) . Тогда динамический путь $v_{k_1} - v_{k_2} - \dots - v_{k_T}$ – это путь, у которого $v_{k_1} = v_{k_2} = \dots = v_{k_{t-1}} = v_1$, где v_1 – начало пути патрулирующего, а $v_{k_t} - v_{k_{t+1}} - \dots - v_{k_T}$ – кратчайший путь патрулирующего из вершины v_1 до v . Если патрулирующий пришел в вершину v в момент времени $l < T$, то $v_{k_l} = v_{k_{l+1}} = \dots = v_{k_T} = v$.

Разобьем граф Q на графы Q_1, Q_2, \dots, Q_r , $r \geq 1$ так, чтобы выполнялись два условия:

- (i). $d_i \leq 2m + 1$ в $Q_i, 1 \leq i \leq r$, где d_i – диаметр графа Q_i ;
- (ii). Разбиваем граф Q так, чтобы для любого другого разбиения Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_l выполнялось $r \leq l$.

Теорема 2. Пусть в каждой вершине графа Q (связный неориентированный граф) установлена камера слежения. Тогда значение игры $G(Q, T, t)$ равно $\frac{1}{r}$.

Доказательство. Разбиваем граф Q на r графов так, чтобы выполнялись условия (i) и (ii). Пусть x – смешанная стратегия патрулирующего, при которой игрок выбирает динамический путь, который равновероятно начинается в вершине из множества $M = \{v_c^1, v_c^2, \dots, v_c^r\}$, где v_c^i – центр графа Q_i , y – смешанная стратегия атакующего, при которой игрок равновероятно выбирает атаки на вершины из множества M в первый момент времени. Докажем, что x, y – ситуация равновесия. Для того чтобы смешанные стратегии x, y являлись ситуацией равновесия, достаточно доказать, что для любых чистых стратегий $u \in S_1, w \in S_2$ выполнялись неравенства $H(u, y) \leq H(x, y) \leq H(x, w)$. Докажем, что выполняется $H(u, y) \leq H(x, y)$. Предположим, что $\exists u \in S_1 : H(u, y) > H(x, y)$. Тогда путь u должен ловить как минимум две атаки на центры графов Q_1, Q_2, \dots, Q_r . Но это невозможно, потому что из-за условий 1. и 2. расстояние между центрами превышает значение t и патрулирующему не хватает времени, чтобы поймать хотя бы две атаки, следовательно, первое неравенство выполняется. Докажем второе неравенство $H(x, y) \leq H(x, w)$. Предположим, что $\exists w \in S_2 : H(x, w) < H(x, y)$. Но тогда атака w не ловится ни одним путем из S_1 , что

невозможно. Значит, x, y – ситуация равновесия. \square

В [4] найдено значение игры патрулирования на линейном графе – $\frac{m}{2(n-1)}$ при больших T , для цикла – $\frac{m}{n}$, для звезды – $\frac{m}{2(n-1)}$. Если предположить, что в каждой вершине графа установлена камера слежения, то значение игры на линейном графе будет составлять $\frac{1}{\lfloor \frac{n}{2m+1} \rfloor + I}$, где $I = 1$, если дробная часть частного $\frac{n}{2m+1}$ не равна 0, и $I = 0$ иначе. Для звезды значение игры равно 1.

Пример 3. Рассмотрим игру $G(Q, T, m)$. Пусть Q изображен на рис. 3, а $m = 3$, T – любое (только $T \geq m$). Разбиваем граф таким образом, чтобы выполнялись условия (i) и (ii). Патрулирующий равновероятно выбирает начало движения среди вершин v_1, v_2, v_3 , а атакующий в любой момент времени нападает на эти же вершины. Как только происходит атака атакующего, патрулирующий направляется к месту атаки. Значение игры равно $H = \frac{1}{3}$.

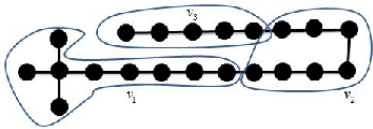


Рис. 3. Граф Q

ЗНАЧЕНИЕ ИГРЫ $G(Q, T, m)$ ДЛЯ ОРИЕНТИРОВАННОГО ДЕРЕВА

Пусть Q – ориентированное дерево, причем всегда существует путь из корня дерева до любой вершины графа.

Определение 2. Концевой узел – вершина в графе Q , в которую идет только одна дуга и не исходит ни одной дуги [2].

Определение 3. Уровень вершины v – число вершин в пути $u(v_{kor}, v)$, где v_{kor} – корневая вершина Q [2].

Разобьем граф Q на графы следующим образом:

Шаг 1. Находим в графе концевой узел, который имеет наибольший уровень в графе Q . Обозначим эту вершину v^a , а уровень вершины v^a как U^a .

Шаг 2. Для вершины v^a определяем местоположение вершины v^b , такое, что путь $u(v^b, v^a)$ существует, и уровень вершины v^b равен $U^a - m$ (если $U^a - m < 0$, то v^b – корень дерева Q).

Шаг 3. Удаляем из графа Q ориентированный граф с корневой вершиной v^b . Удаленный граф является одним из графов, на которые разбивается граф Q .

Шаг 4. Продолжаем выполнять операции 1–3 до тех пор, пока вершина v^b не совпадет с корнем дерева графа Q .

Теорема 3. Значение игры $G(Q, T, m)$ равно $\frac{1}{r}$

Доказательство. Выполняя шаги 1–4, разбиваем граф Q . Пусть Q разбился на r графов. Обозначим x – смешанная стратегия патрулирующего, при которой игрок выбирает динамические пути, которые начинаются в вершинах $\{v_k^1, \dots, v_k^r\}$, где $v_k^i, 1 \leq i \leq r$ корень i -го дерева, на которые разбили Q . Пусть y – смешанная стратегия атакующего, при которой игрок равновероятно выбирает напасть на вершины $\{v_h^1, \dots, v_h^r\}$ в первый момент времени, где $v_h^i, 1 \leq i \leq r - 1$ – концевой узел i -го дерева и v_h^r имеет уровень, равный $m + 1$. А v_k^r – концевой узел с наибольшим уровнем, причем дерево, которому принадлежит v_k^r , содержит корень графа Q . Докажем, что x, y – ситуация равновесия. Для того чтобы смешанные стратегии x, y являлись ситуацией равновесия, достаточно доказать, что для любых чистых стратегий $u \in S_1, w \in S_2$ выполнялись неравенства $H(u, y) \leq H(x, y) \leq H(x, w)$. Докажем, что выполняется $H(u, y) \leq H(x, y)$. Предположим, что $\exists u \in S_1 : H(u, y) > H(x, y)$. Тогда путь u должен ловить как минимум две атаки на концевые узлы двух разных графов. Но это невозможно, потому что из-за условий 1. и 2. расстояние между концевыми узлами превышает значение m и патрулирующему не хватает времени, чтобы поймать хотя бы две атаки, следовательно, первое неравенство выполняется. Докажем второе неравенство $H(x, y) \leq H(x, w)$. Предположим, что $\exists w \in S_2 : H(x, w) < H(x, y)$. Но тогда атака w не ловится ни одним путем из S_1 , что невозможно. Значит, x, y – ситуация равновесия. \square

Пример 4. Рассмотрим игру $G(Q, 3, 2)$, где Q изображен на рис. 4. По теореме, граф Q удалось разбить на 8 частей. Патрулирующий равновероятно выбирает в качестве начала пути корень дерева из разбиения Q , а атакующий равновероятно в каждом подграфе выбирает концевую вершину, которая наиболее удалена от корня i -го графа, которому она принадлежит. Получаем, что значение игры равно $\frac{1}{r} = \frac{1}{8}$.

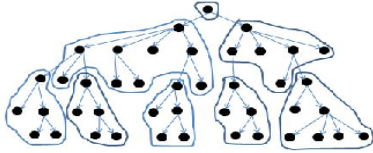


Рис. 4. Граф Q

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги, можно сказать, что допущение предположения о камере слежения существенно меняет решение задачи. Граф разбивается на подграфы, патрулирующий не начинает движения до тех пор, пока не начнется атака атакующего.

REFERENCES

1. *Mazalov V. V.* Matematicheskaya teoriya igr i prilozheniya: ucheb. posobie [Mathematical game theory and applications: textbook]. St. Petersburg: Lan', 2010. 448 p.
2. *Nosov V. I., Bernshteyn T. V., Noskova N. V., Hramova T. V.* Elementy teorii grafov. Uchebnoe

По мнению автора, полученные результаты могут применяться на практике для анализа полезности камер слежения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мазалов В. В.* Математическая теория игр и приложения: учеб. пособие. СПб.: Лань, 2010. 448 с.
2. *Носов В. И., Бернштейн Т. В., Носкова Н. В., Храмова Т. В.* Элементы теории графов. Учебное пособие. Новосибирск: СибГУТИ, 2008. 107 с.
3. *Alpern S., Gal S.* The theory of search games and rendezvous. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003.
4. *Alpern S., Morton A., Papadaki K.* Optimizing randomized patrols // Operational Research Group. 2009. P. 392–419.

Поступила в редакцию 04.04.2015

posobie [Elements of graph theory: textbook]. Novosibirsk: SibGUTI, 2008. 107 p.

3. *Alpern S., Gal S.* The theory of search games and rendezvous. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003.
4. *Alpern S., Morton A., Papadaki K.* Optimizing randomized patrols. Operational Research Group. 2009. P. 392–419.

Received April 04, 2015

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ:

Гусев Василий Васильевич
аспирант
Институт прикладных математических исследований
Карельского научного центра РАН
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
Республика Карелия, Россия, 185910
эл. почта: gusev@krc.karelia.ru
тел.: (8142) 766312

CONTRIBUTOR:

Vasily, Gusev
Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Centre, Russian Academy of Science
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk,
Karelia, Russia
e-mail: gusev@krc.karelia.ru
tel.: (8142) 766312