Труды Карельского научного центра РАН
№ 7. 2020. С. 28–33
DOI: 10.17076/mat1237

УДК 519.837

ВЛИЯНИЕ УПРАВЛЕНИЯ НА ДИНАМИКУ МНЕНИЙ УЧАСТНИКОВ КОЛЛЕКТИВА

Ю. А. Дорофеева

Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН, ФИЦ «Карельский научный центр РАН», Петрозаводск, Россия;
Петрозаводский государственный университет, Россия

В работе исследуется задача управления мнениями участников коллектива методами динамического программирования. Управление заключается в приведении всех мнений членов коллектива к наперед заданной величине. Процесс формирования мнений участников зависит от влияния их друг на друга. Это влияние заключается в выражении своего мнения, которое все участники взвешивают и впоследствии формируют новое мнение. Структура коллектива представлена в виде полного неориентированного графа с тремя вершинами. Результаты численного моделирования иллюстрируют влияние выбранных факторов (управление, влияние членов коллектива друг на друга, а также наличие связей) на динамику мнений.

Ключевые слова: динамика мнений; среднее значение; оптимальное управление; функция Беллмана.

Yu. A. Dorofeeva. MANAGEMENT EFFECTS ON THE DYNAMICS OF OPINIONS IN A TEAM

This paper explores the problem of manipulating the opinions of team members using dynamic programming methods. The mission of the management is to steer all the opinions of the team members towards a certain pre-defined value. The opinions of participants are shaped by their influence on each other. A member expresses one's opinion, the others analyze it, and then form a new opinion taking into account the opinions of others. The structure of the team is portrayed as a complete undirected graph with three vertices. The results of numerical modeling illustrate the influence of the selected factors (management, influence of team members on each other, as well as existing connections) on opinion dynamics.

Keywords: opinion dynamics; mean; optimal management; Bellman function.

Введение

Эволюция моделей динамики мнений в различных социальных сообществах напрямую связана с главным вопросом достижения консенсуса, а также условиями его существования. Одной из первых моделей была модель Де Гроота [7], в которой автор предложил достаточно простой закон изменения мнений в коллективе путем взвешивания своего мнения и мнений остальных участников. В этом случае консенсус достижим в случае существования предельной матрицы влияния. Достижение консенсуса рассматривается в модели Хегсельманна – Крауза [8], где мнения меняются за счет «усреднения». Особенностью этой динамики является то, что участники обмениваются мнениями не со всем коллективом, а только с теми, кто входит в их «круг интересов». Достижение консенсуса в коллективе с центрами влияния описаны в работах [5, 6]. Важными в этой области можно также назвать модели Фридкина – Джонсена. В данном случае консенсус достигается аналогично закону Де Гроота. Стоит упомянуть модели Деффаунта [8], Снайда [7, 8] и др. Однако во всех отмеченных выше моделях не рассматривается вопрос об управлении мнениями членов коллектива. На данный момент есть исследования, посвященные игровым динамикам мнений. Так, в работах [4, 9, 10] рассматривается модель Де Гроота в конфликтных условиях. В работе [3] исследуется проблема игры согласованного влияния на мнения участников социальной сети в качестве кооперативной линейно-квадратичной игры в дискретном времени [2]. В этой модели некоторые члены выражают свое мнение агентам сети согласованно с целью приблизить их среднее мнение к желаемому. В данном контексте это является управлением мнением других участников. Однако в такой постановке не учитывается структура связей между агентами и участниками сети, так как моделирование проводится для графа решетки. В настоящей работе предложено исследование, посвященное динамике мнений с учетом системы взаимодействия всех членов коллектива.

Постановка задачи

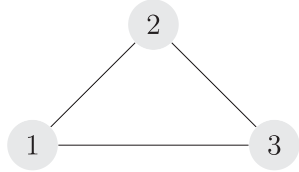
Исследуется динамика мнений в коллективе в течение бесконечного периода времени. Коллектив представим в виде пары (V, g), где V – конечное множество вершин (участников коллектива), а g – множество направленных ребер, отражающих структуру взаимодействия внутри этого сообщества. Один из участников управляет мнением остальных участников. Используя общепринятую терминологию, члены коллектива, которые подвержены влиянию, называются «агентами». Участник, управляющий мнением агентов, – это «игрок».

В общем виде динамика мнений всех членов выглядит следующим образом:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + a_i((\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i(t)}{n}) - x_i(t)),$$

где a_i – это коэффициент, индивидуальный для каждого члена коллектива, $a_i \in R^+$.

Рассмотрим коллектив, в котором взаимодействуют три участника. Представим его в виде планарного графа.



Динамика мнений для такой конфигурации описывается с помощью линейной разностной системы:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = x_1(t) + a_1(\sum_{i=1}^{3} \frac{x_i(t)}{3} - x_1(t)) \\ x_2(t+1) = x_2(t) + a_2(\sum_{i=1}^{3} \frac{x_i(t)}{3} - x_2(t)) + u(t). \\ x_3(t+1) = x_3(t) + a_3(\sum_{i=1}^{3} \frac{x_i(t)}{3} - x_3(t)) \end{cases}$$

Начальные условия $x_i(0) = x_i^0$, $i = 1, 2, 3$. В процессе обмена мнениями целью второго участника-игрока является управление мнениями двух других агентов, т. е. ограничение их мнений и «приведение» их к заданной величине $a \in R^+$. Решение задачи сводится к минимизации функционала:

$$J(u) = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t (\sum_{i=1}^{3} (x_i - a)^2 + cu_t^2),$$

где $\delta \in (0; 1]$ – коэффициент дисконтирования, c – цена управления.

Для решения используем метод динамического программирования [1]. Уравнение Беллмана в данном случае имеет вид:

$$V(x_1, x_2, x_3) \tag{1}$$

$$= \min_u (\sum_{i=1}^{3} (x_i - a)^2 + cu_t^2 + \delta V(x_1', x_2', x_3')),$$

где

$$\begin{cases} x_1' = x_1 + a_1(\sum_{i=1}^{3} \frac{x_i}{3} - x_1) \\ x_2' = x_2 + a_2(\sum_{i=1}^{3} \frac{x_i}{3} - x_2) + u \ . \\ x_3' = x_3 + a_3(\sum_{i=1}^{3} \frac{x_i}{3} - x_3) \end{cases} \tag{2}$$

Оптимальное управление будем искать в классе линейных функций

$$u(x_1, x_2, x_3) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_0, \tag{3}$$

а функцию Беллмана – в классе квадратических функций

$$V(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^{3} k_i x_i + \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} k_{ij} x_i x_j + k_0, \tag{4}$$

где $k_{ij} = k_{ji}, i \neq j$. Найдем минимум по u правой части (1) из уравнения:

$$(\sum_{i=1}^{3} (x_i - a)^2 + cu_t^2 + \delta V(x_1', x_2', x_3'))_u' = 0$$

или

$$2cu + \delta \frac{\partial V}{\partial x_2'} \frac{\partial x_2'}{\partial u} = 0.$$

Отсюда

$$2cu + \delta(k_2 + 2k_{12}x_1' + 2k_{22}x_2' + 2k_{23}x_3') = 0. \quad (5)$$

Подставив (2) в (5), найдем выражение для управления в линейной форме (3), где

$$\begin{cases} c_1 = -\frac{\delta((3-2a_1)k_{12}+a_2k_{22}+a_3k_{23})}{3(k_{22}\delta+c)} \\ c_2 = -\frac{\delta(a_1k_{12}+(3-2a_2)k_{22}+a_3k_{23})}{3(k_{22}\delta+c)} \\ c_3 = -\frac{\delta(a_1k_{12}+a_2k_{22}+(3-2a_3)k_{23})}{3(k_{22}\delta+c)} \\ c_0 = -\frac{\delta k_2}{2(k_{22}\delta+c)} \end{cases}. \quad (6)$$

Наконец, подставив (6) в уравнение (1), вычислим коэффициенты в функции Беллмана (7).

$$\begin{cases} k_{11} = \frac{36(k_{22}\delta+c)^2+c\delta^2(4a_1k_{12}-2a_2k_{22}-2a_3k_{23}-6k_{12})^2}{36(k_{22}\delta+c)^2(1-\delta)} \\ k_{22} = \frac{36(k_{22}\delta+c)^2+c\delta^2(4a_2k_{22}-2a_1k_{12}-2a_3k_{23}-6k_{22})^2}{36(k_{22}\delta+c)^2(1-\delta)} \\ k_{33} = \frac{36(k_{22}\delta+c)^2+c\delta^2(4a_3k_{23}-2a_1k_{12}-2a_2k_{22}-6k_{23})^2}{36(k_{22}\delta+c)^2(1-\delta)} \\ k_{12} = \frac{c\delta^2(-2a_1k_{12}+4a_2k_{22}-2a_3k_{23}-6k_{22})(4a_1k_{12}-2a_2k_{22}-2a_3k_{23}-6k_{12})}{18(k_{22}\delta+c)^2(1-2\delta)} \\ k_{13} = \frac{c\delta^2(-2a_1k_{12}+4a_3k_{23}-2a_2k_{22}-6k_{23})(4a_1k_{12}-2a_2k_{22}-2a_3k_{23}-6k_{12})}{18(k_{22}\delta+c)^2(1-2\delta)} \\ k_{23} = \frac{c\delta^2(-2a_1k_{12}+4a_3k_{23}-2a_2k_{22}-6k_{23})(4a_1k_{12}-2a_2k_{22}-2a_3k_{23}-6k_{23})}{18(k_{22}\delta+c)^2(1-2\delta)} \\ k_1 = \frac{-12a(k_{22}\delta+c)^2-c\delta^2k_2(4a_1k_{12}-2a_2k_{22}-2a_3k_{23}-6k_{12})}{6(k_{22}\delta+c)^2} \\ k_2 = \frac{-12a(k_{22}\delta+c)^2-c\delta^2k_2(4a_2k_{22}-2a_1k_{12}-2a_3k_{23}-6k_{22})}{6(k_{22}\delta+c)^2} \\ k_3 = \frac{-12a(k_{22}\delta+c)^2-c\delta^2k_2(4a_3k_{23}-2a_1k_{12}-2a_3k_{23}-6k_{23})}{6(k_{22}\delta+c)^2} \\ k_0 = \frac{12a^2(k_{22}\delta+c)^2+c\delta^2k_2^2}{4(k_{22}\delta+c)^2(1-\delta)} \end{cases}. \quad (7)$$

Численное моделирование

С помощью программы Wolfram Mathematica были получены численные результаты, которые позволяют проанализировать и оценить изменения величины управления, а также его связь с остальными параметрами модели. Поскольку влияние игрока на агентов одинаково и система симметрична, предполагаем, что начальные данные первого и третьего агентов равны, а также равны их коэффициенты $a_1 = a_3$. Рассмотрим два примера.

Пример 1.
Начальные данные $\mathbf{x_1^0 = x_3^0 = 0.4}$, $\mathbf{x_2^0 = 0.3}$, $\mathbf{a_1 = a_3 = 0.8}$, $\mathbf{a_2 = 0.6}$, $\boldsymbol{\delta = 0.9}$, $\mathbf{c = 0.1}$, $\mathbf{a = 1}$.

В результате решения системы (7) были получены несколько наборов решений. Для одного из них, $k_0 = -10$, $k_1 = 10$, $k_2 = -0.1$, $k_3 = 10$, $k_{11} = -2$, $k_{12} = 0.1$, $k_{13} = -3$, $k_{22} = -0.1$, $k_{23} = 0.1$, $k_{33} = -2$, определим управление $u(x_1, x_2, x_3)$ с помощью коэффициентов (6), а также функцию Беллмана $V(x_1, x_2, x_3)$.

$$u(x_1, x_2, x_3) = -0,9x_1 - 0.2x_2 - 0.9x_3 + 2. \quad (8)$$

Определим вид функции Беллмана по формуле (4) в классе квадратических функций.

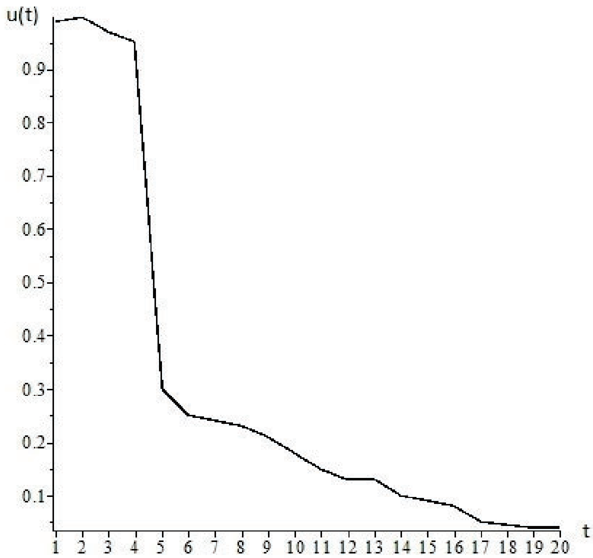


Рис. 1. Динамика изменения функции управления в коллективе с одним игроком и двумя агентами для $\delta = 0.9$, $c = 0.1$

Fig. 1. The dynamics of changes in the management function in a team with one player and two agents for $\delta = 0.9$, $c = 0.1$

$$V(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - 0.1x_2^2 - 2x_3^2 - 6x_1x_3 \quad (9)$$
$$+ 0.2x_2x_3 + 0.2x_1x_2 + 10x_1 - 0.1x_2 + 10x_3 - 10.$$

Таблица 1. Изменение мнения агентов, игрока и функции управления во времени к примеру 1
Table 1. Change of opinion of agents, player and management functions over time for example 1

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$	$t = 7$	$t = 8$	$t = 9$	$t = 10$
$\mathbf{x_1(t)}$	0.4	0.4	0.66	0.78	0.81	0.88	0.91	0.93	0.94	0.96	0.99
$\mathbf{x_2(t)}$	0.3	1.4	1.45	1.37	1.28	1.23	1.21	1.19	1.16	1.02	1.01
$\mathbf{x_3(t)}$	0.4	0.4	0.66	0.78	0.81	0.88	0.91	0.93	0.94	0.96	0.99
$\mathbf{u(t)}$	0.99	0.97	0.45	0.22	0.15	0.13	0.12	0.10	0.08	0.08	0.02
$\mathbf{V(t)}$	−3.6	−3.7	−1.1	−0.38	−0.21	0.01	0.11	0.13	0.15	0.22	0.29

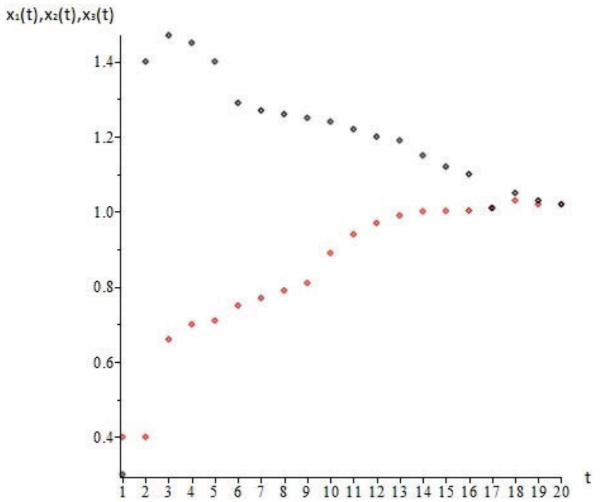


Рис. 2. Динамика мнений игрока и агентов во времени для $\delta = 0.9$, $c = 0.1$ (● – агенты $x_1(t)$, $x_3(t)$; ● – игрок $x_2(t)$)
Fig. 2. The dynamics of the opinions of the player and agents over time for $\delta = 0.9$, $c = 0.1$ (● – agents $x_1(t)$, $x_3(t)$; ● – player $x_2(t)$)

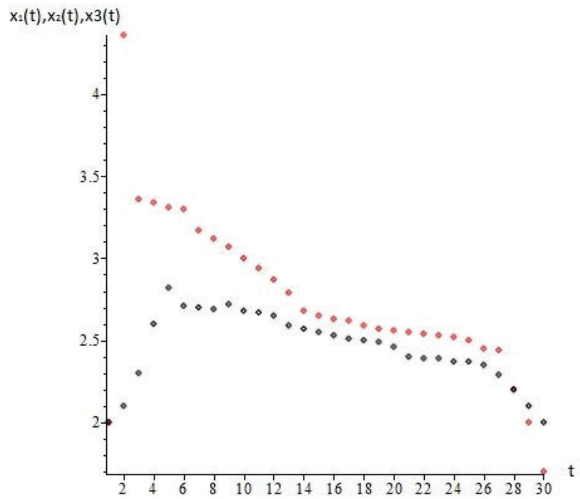


Рис. 3. Динамика мнений игрока и агентов во времени для $\delta = 0.8$, $c = 0.4$ (● – агенты $x_1(t)$, $x_3(t)$; ● – игрок $x_2(t)$)
Fig. 3. The dynamics of the opinions of the player and agents over time for $\delta = 0.8$, $c = 0.4$ (● – agents $x_1(t)$, $x_3(t)$; ● – player $x_2(t)$)

Таблица 2. Изменение мнения агентов, игрока и функции управления во времени к примеру 2
Table 2. Change of opinion of agents, player and management functions over time for example 2

	$t{=}0$	$t{=}2$	$t{=}4$	$t{=}6$	$t{=}8$	$t{=}10$	$t{=}12$	$t{=}14$	$t{=}16$	$t{=}18$	$t{=}20$	$t{=}22$	$t{=}24$
$\mathbf{x_1(t)}$	2	2.03	2.3	2.6	2.82	2.71	2.69	2.65	2.59	2.49	2.46	2.42	2.33
$\mathbf{x_2(t)}$	2	4.31	3.34	3.31	3.34	3.32	3.12	3.05	2.94	2.82	2.68	2.53	2.51
$\mathbf{x_3(t)}$	2	2.03	2.3	2.6	2.82	2.71	2.69	2.65	2.59	2.49	2.46	2.42	2.33
$\mathbf{u(t)}$	0.17	0.81	0.42	0.31	0.29	0.275	0.22	0.21	0.20	0.19	0.18	0.17	0.15
$\mathbf{V(t)}$	−3.81	−6.74	−21.3	−25.6	−24.3	−22.4	−19.2	−14.7	−10.3	−9.4	−8.7	−5.6	−1.2

Для данных начальных условий $x_1(0) = x_3(0) = 0.4$, $x_2(0) = 0.3$ оптимальная траектория для управления (8) имеет вид, представленный на рис. 1, а численные значения управления (8) и функции Беллмана (9) приведены в табл. 1. На рис. 2 представлена динамика мнений агента и игроков.

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод о том, что сходимость мнений агентов к наперед заданному значению происходит за относительно небольшое количество итераций. Это связано с тем, что для данной динамики характерна достаточно «низкая» цена. Начальные мнения всех участников лежат в интервале $(0, 1)$. Функция управления носит убывающий характер.

Пример 2. Начальные данные $\mathbf{x_1^0 = x_2^0 = x_3^0 = 2}$, $\boldsymbol{\delta = 0.8}$, $\mathbf{c = 0.4}$, $\mathbf{a_1 = a_3 = a_2 = 0.6}$, $\mathbf{a = 1}$.

Аналогичным образом, как и в первом случае, строится таблица зависимости мнения агентов и игрока, а также графики.

На рис. 3 представлен график изменения мнений участников коллектива во времени, а на рис. 4 – график изменения функции управления по времени.

В результате решения системы (7) получены несколько наборов решений. Для одного из них, $k_0 = -20, k_1 = 20, k_2 = -0.7, k_3 = 20, k_{11} = -5, k_{12} = 0.4, k_{13} = -6, k_{22} = -0.5, k_{23} = 0.5, k_{33} = -5$, определим управление $u(x_1, x_2, x_3)$ с помощью коэффициентов (9), а также функцию Беллмана $V(x_1, x_2, x_3)$.

$$u(x_1, x_2, x_3) = -0.13x_1 + 0.26x_2 - 0.13x_3 + 0.16. \quad (10)$$

Определим вид функции Беллмана по формуле (4) в классе квадратических функций.

$$V(x_1, x_2, x_3) = -5x_1^2 - 0.5x_2^2 - 5x_3^2 - 6x_1x_3 + 0.5x_2x_3 + 0.4x_1x_2 + 20x_1 - 0.7x_2 + 20x_3 - 20. \quad (11)$$

Для данных начальных условий $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0.6$ оптимальная траектория для управления (8) имеет вид, представленный на рис. 4, а численные значения управления (10) и функции Беллмана (11) приведены в табл. 2.

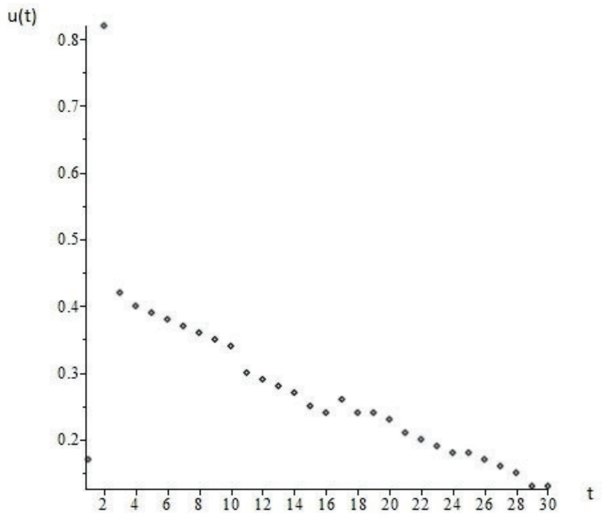


Рис. 4. Динамика изменений функции управления в коллективе с одним игроком и двумя агентами для $\delta = 0.8$, $c = 0.4$

Fig. 4. Dynamics of changes in the management function in a team with one player and two agents for $\delta = 0.8$, $c = 0.4$

Сравнивая результаты примеров 1 и 2, можно сделать вывод о том, что сходимость мнений агентов и игрока к наперед заданной величине во втором случае происходит за большее количество итераций.

«Замедление» можно объяснить тем, что в четыре раза вырос такой параметр, как цена, $c = 0.4$, в первом случае $c = 0.1$, а также изменились индивидуальные коэффициенты a_i. Кроме того, в примере 1 разница между начальными мнениями агентов и заданным отличается на меньшую величину, чем в примере 2. В первом случае $a - x_1(0) = a - x_3(0) = 0.2$, а во втором $a - x_1(0) = a - x_3(0) = 1$, т. е. итераций во втором сценарии потребуется больше, чем в первом. Функция управления имеет убывающий вид, как и в предыдущем случае.

Заключение

Рассмотрена задача динамики мнений участников, в которой структура взаимодействия представлена в виде полного графа с тремя вершинами. Мнением одного из агентов управляет некий игрок, который минимизирует разницу между мнениями других участников и заданной величиной. В данной постановке задача решается с применением функции Беллмана.

Важно, что именно функция управления влияет на «сведение» мнений участников к желаемому значению, а значит, и на всю динамику в целом, делая ее определенной, «предсказуемой». Численное значение функции управления уменьшается по мере того, как близки мнения агентов к заданному.

В качестве иллюстрации выбраны примеры с разными начальными мнениями всех членов коллектива, а также значениями коэффициента дисконтирования, индивидуальных коэффициентов и цены игры. Именно эти показатели влияют на скорость сходимости. Важным выводом является следующее:

- чем выше цена, которую платит игрок, тем медленнее процесс сходимости;
- процесс зависит от начальных мнений всех участников: чем меньше разница между ними, тем быстрее сходимость.

Важно отметить, что данная постановка является не игровой, а носит оптимизационный характер. Однако это исследование дает широкую перспективу для дальнейшего изучения конфликтных сценариев в случае, когда игроков более одного и появляется конкуренция.

Литература

1. *Леонов Г. А.* Введение в теорию управления. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. 256 с.

2. *Мазалов В. В.* Математическая теория игр и приложения. СПб.: Лань, 2016. 448 с.

3. *Рогов М. А., Седаков А. А.* Согласованное влияние на мнения участников социальной сети // Математическая теория игр и ее приложения. 2018. Т. 10, вып. 4. С. 30–58.

4. *Barabanov I. N., Korgin N. A., Novikov D. A., Chkhartishvili A. G.* Dynamics models of informational control in social networks // Autom. Remote Control. 2010. Vol. 71, iss. 11. P. 2417–2426. doi: 10.1134/S0005117910110135

5. *Bauso D., Tembine H., Basar T.* Opinion dynamics in social networks through mean field games // SIAM Journal on Control and Optimization. 2016. Vol. 54, no. 6. P. 3225–3257. doi: 10.1137/140985676

6. *Bure V. M., Parilina E. M., Sedakov A. A.* Consensus in a social network with two principals // Autom. Remote Control. 2017. Vol. 78, iss. 8. P. 1489–1499. doi: 10.1134/S0005117917080094

7. *Degroot M. H.* Reaching a consensus // J. Amer. Stat. Assoc. 1974. No. 69: 345. P. 118–121. doi: 10.1080/01621459.1974.10480137

8. *Hegselmann R., Krause U.* Opinion dynamics driven by various ways of averaging // Comp. Econ. 2005. Vol. 25, no. 4. P. 381–405. doi: 10.1007/s10614-005-6296-3

9. *Mazalov V. V., Parilina E. M.* The Euler-Equation Approach in Average-Oriented Opinion Dynamics // Mathematics. 2020. No. 8(3), 355. P. 1–16. doi: 10.3390/math8030355

10. *Sedakov A. A., Zhen M.* Opinion dynamics game in a social network with two influence nodes // Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes. 2019. Vol. 15, iss. 1. P. 118–125. doi: 10.21638/11702/spbu10.2019.109

Поступила в редакцию 04.05.2020

References

1. *Leonov G. A.* Vvedenie v teoriyu upravlenia [Theory of control]. St. Petersburg: St. Petersburg Univ., 2004. 256 p.

2. *Mazalov V. V.* Matematicheskaya teoria igr i prilozhenia [Mathematical game theory and applications]. St. Petersburg: Lan′, 2016. 448 p.

3. *Rogov M. A., Sedakov A. A.* Soglasovannoe vliyanie na mnenia uchastnikov sotsialnoi seti [Coordinated influence on the beliefs of social network members]. *Matematicheskaya teoria igr i ee prilozhenia* [Math. Game Theory Appl.]. 2018. Vol. 10, iss. 4. P. 30–58.

4. *Barabanov I. N., Korgin N. A., Novikov D. A., Chkhartishvili A. G.* Dynamics models of informational control in social networks. *Autom. Remote Control.* 2010. Vol. 71, iss. 11. P. 2417–2426. doi: 10.1134/S0005117910110135

5. *Bauso D., Tembine H., Basar T.* Opinion dynamics in social networks through mean field games. *SIAM Journal on Control and Optimization.* 2016. Vol. 54, no. 6. P. 3225–3257. doi: 10.1137/140985676

6. *Bure V. M., Parilina E. M., Sedakov A. A.* Consensus in a social network with two principals. *Autom. Remote Control.* 2017. Vol. 78, iss. 8. P. 1489–1499. doi: 10.1134/S0005117917080094

7. *Degroot M. H.* Reaching a consensus. *J. Amer. Stat. Assoc.* 1974. No. 69: 345. P. 118–121. doi: 10.1080/01621459.1974.10480137

8. *Hegselmann R., Krause U.* Opinion dynamics driven by various ways of averaging. *Comp. Econ.* 2005. Vol. 25, no. 4. P. 381–405. doi: 10.1007/s10614-005-6296-3

9. *Mazalov V. V., Parilina E. M.* The Euler-Equation Approach in Average-Oriented Opinion Dynamics. *Mathematics.* 2020. No. 8(3), 355. P. 1–16. doi: 10.3390/math8030355

10. *Sedakov A. A., Zhen M.* Opinion dynamics game in a social network with two influence nodes. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes.* 2019. Vol. 15, iss. 1. P. 118–125. doi: 10.21638/11702/spbu10.2019.109

Received May 04, 2020

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ:

Дорофеева Юлия Александровна
аспирант
Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН, Федеральный исследовательский центр «Карельский научный центр РАН»
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
Республика Карелия, Россия, 185910

старший преподаватель
Петрозаводский государственный университет, ИМИТ
пр. Ленина, 33, Петрозаводск, Республика Карелия, Россия, 185910
эл. почта: julana2008@yandex.ru
тел.: +79114197708

CONTRIBUTOR:

Dorofeeva, Julia
Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Centre,
Russian Academy of Sciences
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk,
Karelia, Russia

Petrozavodsk State University, IMIT
33 Lenin Ave., 185910 Petrozavodsk, Karelia, Russia
e-mail: julana2008@yandex.ru
tel.: +79114197708