

УДК 556.555.7+574

МОДЕЛИ ЛАДОЖСКОГО ОЗЕРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТРЕХМЕРНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

В. В. Меншуткин¹, Н. Н. Филатов²

¹ Санкт-Петербургский экономико-математический институт РАН

² Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, Петрозаводск

Предлагается новый подход, позволяющий моделировать сложные нелинейные природные процессы, включая и процессы самоорганизации, используя так называемые клеточные автоматы для создания компьютерной модели распространения консервативной примеси, оценки загрязнения водоема и термического режима Ладожского озера. Задачи моделирования решаются по пути их последовательного усложнения: от точечной по вертикали модели глубоководного района озера к двумерной, для продольного разреза озера, и, наконец, к трехмерной модели всего водоема. Созданные модели рассчитаны на возможность их дальнейшего расширения за счет введения в них гидрохимических и гидробиологических переменных для моделирования экосистем озер.

Ключевые слова: Ладожское озеро; компьютерная модель; клеточные автоматы; распространение загрязнений; термический режим; перемешивание.

V. V. Menshutkin, N. N. Filatov. MODELS OF LAKE LADOGA BASED ON THREE-DIMENSIONAL CELLULAR AUTOMATA

A new approach for modeling complicated nonlinear processes, including processes of self-organization, using so-called cellular automata is suggested. A computer model of the distribution of persistent impurities, assessment of pollution and thermal regime of Lake Ladoga was built as an example. Modeling problems are solved successively from simple to more complex ones: from a zero-dimensional vertical model of the lake's deep-water area to a two-dimensional model for the lake's longitudinal section and, finally, three-dimensional model of the entire water body. The generated models are designed so that they can be further expanded to include hydrochemical and hydrobiological variables for simulating lake ecosystems.

Keywords: Lake Ladoga; a computer model; cellular automata; pollution propagation; thermal regime; mixing.

Введение

Построению и исследованию имитационных моделей экологической системы озер посвящена обширная литература [Астраханцев и др., 2003; Rukhovets, Filatov, 2010; Меншуткин

и др., 2013]. Все варианты этих моделей представляют собой детерминированные системы, построенные на основе законов сохранения вещества и энергии. Подобная парадигма в гидродинамической и термической части модели основывается на численном решении

уравнений Навье – Стокса, а в биологической – на уравнениях продукционной гидробиологии [Алимов, 2000]. Подобный подход оказался результативным при изучении антропогенного эвтрофирования экосистемы озера. Однако при переходе к проблеме комплексного использования природных ресурсов озер и водохранилищ, включающего не только сохранение или восстановление качества воды, но и использование их для водного транспорта, туризма, рыбного хозяйства, электроэнергетики, такой подход оказался недостаточным. Дело не только в том, что потоки вещества, которыми оперирует рыбохозяйственная наука и практика, находятся в пределах ошибки определения первичной продукции водоема, но и в ущербности самого детерминированного подхода к описанию процессов, происходящих в экологической системе водоема. Создание моделей, основанных на решении систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, – достаточно сложная задача [Меншуткин и др., 2013], поэтому в качестве альтернативы предлагаются новые

подходы. Среди них – методы нечетких множеств, искусственного интеллекта, логико-лингвистические и когнитивные модели, которые создаются и используются прежде всего в тех случаях, когда уровень знаний о моделируемых процессах или явлениях не позволяет применять формальный аппарат или когда отношения между объектами в модели не имеют количественной оценки и регулируются только причинно-следственными связями [Меншуткин и др., 2013]. Изложенные выше соображения привели к попытке применения для описания процессов, происходящих в водных экологических системах, математического аппарата, существенно отличающегося от традиционного использования дифференциальных уравнений, а именно стохастических клеточных автоматов [Тиффоли, Морголис, 1991]. Идея клеточных автоматов сформулирована в конце сороковых годов XX века Джоном фон Нейманом и Конрадом Цусе [см. Астафьев и др., 2003]. Гидробиологические и ихтиологические интерпретации с использованием математического аппарата дискретной математики представляются

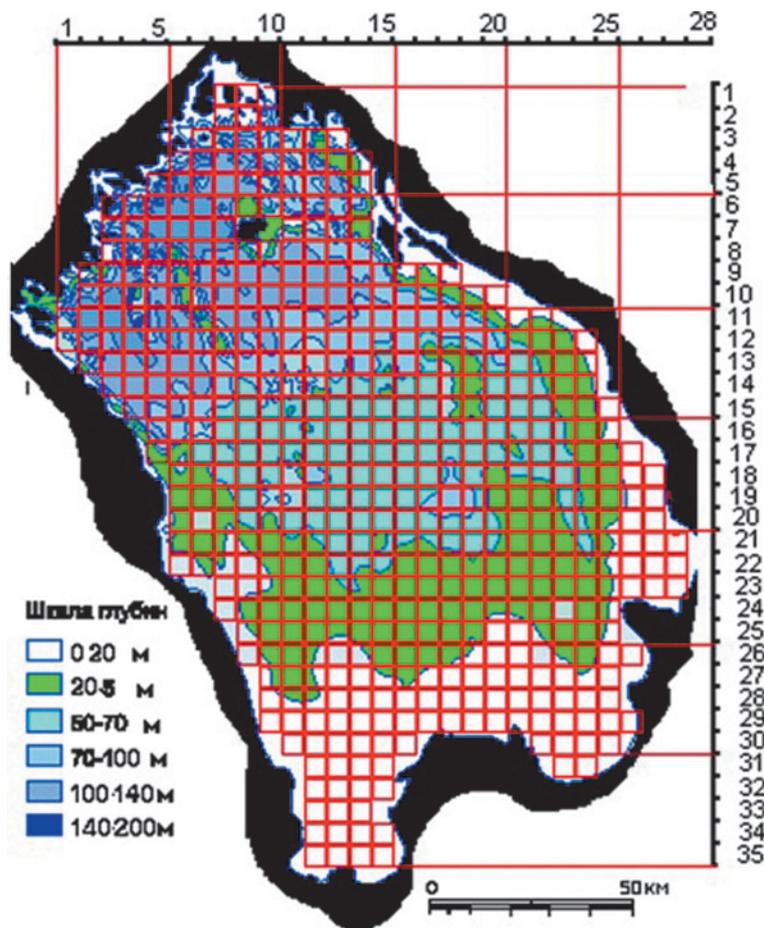


Рис. 1. Сетка расположения клеточных автоматов по акватории Ладожского озера. Схематично показана карта глубин озера

вполне естественными ввиду фундаментальной дискретности самого понятия жизни [Ляпунов, 1968]. Для термогидродинамики и экосистем озер эффективным может быть использование моделей клеточно-автоматных (КА – cellular automata), позволяющих моделировать сложные нелинейные процессы, включая и процессы самоорганизации, используя сравнительно простые правила [Wolfram, 2002]. По существу, это означает переход от традиционного метода описания экологической системы с помощью системы дифференциальных уравнений к использованию представлений дискретной математики. Метод нашел практическое применение при моделировании наземных сообществ, нейронных сетей, передаче энергии в пограничном слое движущегося газа или жидкости, а также был использован для моделирования биоты в озере Байкал и Онежском озере [Афанасьев, 2012; Меншуткин, Филатов, 2016]. Для работы клеточного автомата требуется задание начального состояния всех ячеек и правил перехода ячеек из одного состояния в другое. На каждой итерации, используя правила перехода и состояния соседних ячеек, определяется новое состояние каждой ячейки. В случае экологической системы пространство разбивается на множество дискретных объемов воды, характеризующихся температурой, плотностью, освещенностью, концентрациями растворенного в воде кислорода, биогенов в виде

неорганических соединений фосфора и азота, а также биомассы фито-, бактерио- и зоопланктонных организмов. Основное свойство клеточных автоматов заключается в том, что каждый такой автомат может изменять свое состояние не только в зависимости от своего предыдущего состояния и внешних воздействий, но и в зависимости от состояния соседних автоматов.

Отметим и недостатки метода. Из-за сложности непосредственного измерения ряда параметров вихревых течений, пульсаций вертикальной составляющей скорости нельзя провести прямую идентификацию моделей, что заставляет пользоваться косвенными методами.

1. Модель распространения загрязняющих примесей

Разработку модели Ладожского озера с применением аппарата клеточных автоматов начнем с простейшего случая имитации процесса распространения загрязняющей примеси по акватории озера. Ограничимся в первом приближении только рассмотрением поверхностного слоя воды. Разобьем этот слой на квадраты размером 5 на 5 км, как это показано на рисунке 1. Всего таких ячеек получается 519. В каждой такой ячейке располагается автомат, состояние которого в каждый момент определяется концентрацией в воде загрязняющей

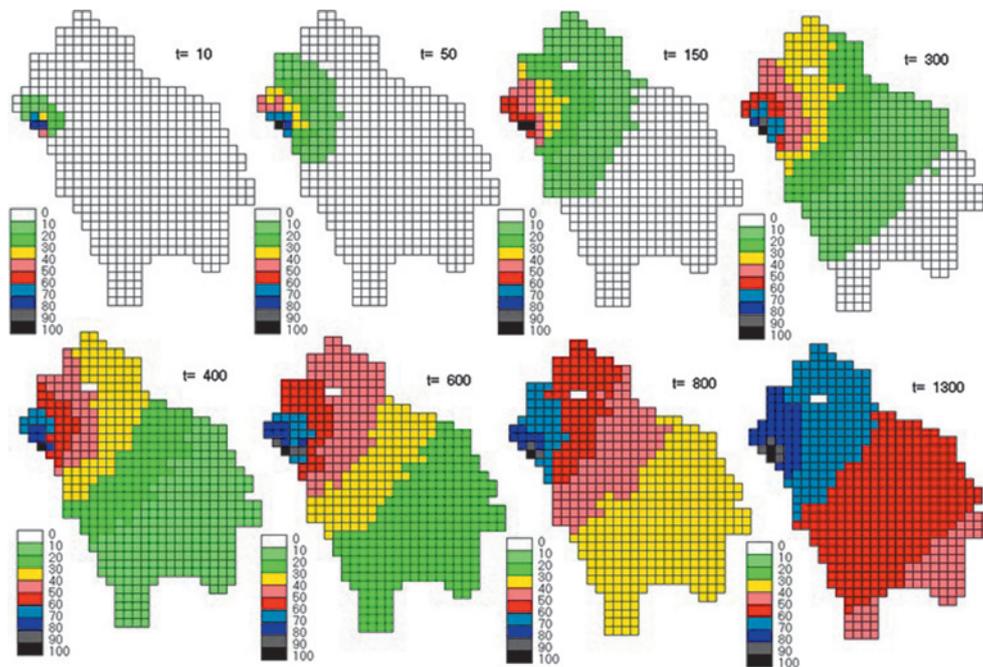


Рис. 2. Компьютерный эксперимент, имитирующий распространение загрязняющей примеси в поверхностном слое Ладожского озера от постоянного источника. Концентрации в 100-балльной шкале



Рис. 3. Блок-схема программы интерпретации трехмерной модели распространения загрязняющей примеси в Ладожском озере

примеси. Эта концентрация определяется в дискретной 100-балльной шкале, что вполне достаточно при реальной точности измерений. Свойство определения соседа каждого автомата примем согласно правилу фон Неймана, по которому соседними считаются только автоматы, имеющие общие ребра.

При рассмотрении только одного слоя автоматов функция их перехода в следующее временное состояние заключается в том, что концентрация загрязняющей примеси в соседних автоматах выравнивается. При этом соблюдается закон сохранения вещества, поскольку примесь считается консервативной, т. е. не участвующей в химических реакциях и процессах осаждения на дно. Выбор пары взаимодействующих автоматов осуществляется в два этапа. Сначала выбирается индекс первого автомата, исходя из предположения о равной вероятности срабатывания каждого из 519 автоматов. Программно это осуществляется при помощи датчика случайных чисел. После этого индекс соседнего автомата выбирался исходя из определения соседа и равной вероятности выбора возможных соседей. На рисунке 2 представлены результаты компьютерного эксперимента по определению последствий действия на озеро постоянного источника загрязнений, расположенного в районе Приозерска.

При принятой интенсивности горизонтального турбулентного перемешивания для распространения загрязнений из Приозерска по всему озеру требуется около года. Для практического использования созданной модели необходима ее калибровка по результатам натуральных экспериментов с наблюдениями за

распространением красителя или иного трасирующего вещества в акватории озера. Такие эксперименты проводились в Ладожском озере [Филатов, 1983]. После рассмотрения плоской задачи турбулентной диффузии, которая носила иллюстративный характер и была призвана показать простоту автоматного подхода, логично перейти к более сложной пространственной задаче. Блок-схема программы для реализации такого подхода представлена на рисунке 3.

Здесь процесс имитации турбулентной диффузии разбивается на два этапа: горизонтальный и вертикальный перенос. Для простоты принято, что по вертикали в самом глубоком месте Ладожского озера размещается 11 автоматов (горизонтов).

На первом этапе процедура, описанная выше для одного слоя, повторяется для каждого слоя. По мере увеличения глубины число автоматов в слое сокращается. Более того, по мере роста глубины слои могут потерять свойство связности, что отражает сложность подводного рельефа озера, характерного для северной Ладоги. Второй этап, как и первый, начинается со случайного выбора поверхностного автомата, но дальнейший выбор соседнего автомата производится уже не по горизонтали, а по вертикали. Естественно, что интенсивность вертикального турбулентного перемешивания существенно отличается от интенсивности горизонтального обмена. В неявной форме это учитывается неравенством горизонтального и вертикального размеров ячейки, которую занимает автомат в водной массе озера.

Иллюстрация функционирования трехмерной модели представлена на рисунке 4. Из-за

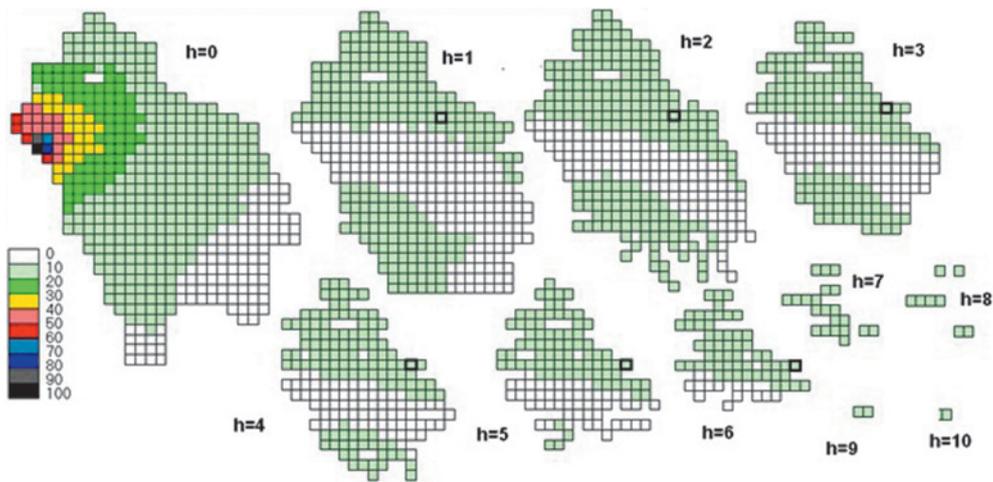


Рис. 4. Распространение загрязняющей примеси при использовании трехмерной модели из 11 слоев (h) клеточных автоматов. Состояние модели соответствует 100-му временному шагу от начала выпуска загрязнений из района Приозерска

громоздкости материала ограничимся демонстрацией состояния всех автоматов (их всего 1939), составляющих модель, только для одного момента времени. При оценке результатов моделирования следует иметь в виду, что мы имеем дело со стохастической моделью, а материал, представленный на рисунке 4, соответствует лишь одной реализации случайного процесса. Для получения полной картины функционирования модели необходимо применение метода статистических испытаний (метода Монте-Карло).

2. Точечная модель термического режима глубоководной части Ладожского озера

Прежде чем переходить к трехмерной модели термического режима Ладожского озера, целесообразно рассмотреть частный случай в виде точечной вертикальной модели, в которой игнорируется адвективный перенос тепла. Исходным материалом для построения такой модели служили данные из атласа Ладожского озера [Ладожское озеро..., 2015] по средним многолетним распределениям температуры воды в глубоководном районе озера.

Модель представляет собой прямоугольную сетку размером 120 ячеек по вертикали и 100 ячеек по ширине. Обойтись одним вертикальным столбом из 120 автоматов не представляется целесообразным, т. к. предполагается использование двумерных элементарных вихрей. Такая сетка обеспечивает разрешение по вертикали в 1 мм, что соответствует минимальному размеру моделируемых вихрей. В каждой ячейке расположен автомат, состояние которого соответствует температуре воды в данный

момент времени. Функция перехода каждого автомата зависит от состояний соседних четырех автоматов, исключение составляют автоматы в крайних ячейках, где число связей уменьшается до трех. При построении дискретных имитационных моделей в динамике озер большую роль играет элементарный вихрь. Под этим термином понимается двух- или трехмерный клеточный автомат минимальных размеров, способный к имитации передачи вещества и энергии в водной массе. На рисунке 5 представлена схема плоского элементарного вихря.

Состояние плоского вихря определяется значениями температуры воды по углам занимаемой им площадки (T_{11} , T_{21} , T_{31} и T_{41}), а также интенсивностью вихря V . Потoki между четырьмя областями вихря (V_{12} , V_{23} , V_{34} и V_{41}) равны между собой и соответствуют интенсивности вихря. Первый индекс величины V означает

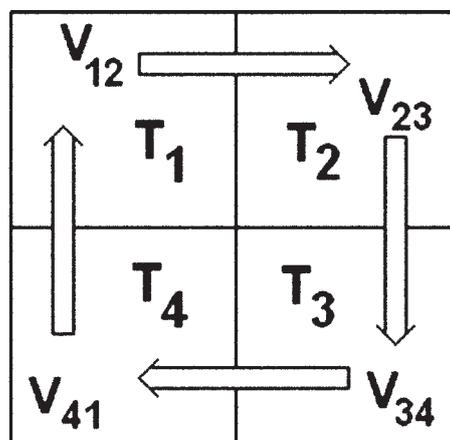


Рис. 5. Схема плоского элементарного вихря. T – температура воды, V – поток воды между соседними автоматами

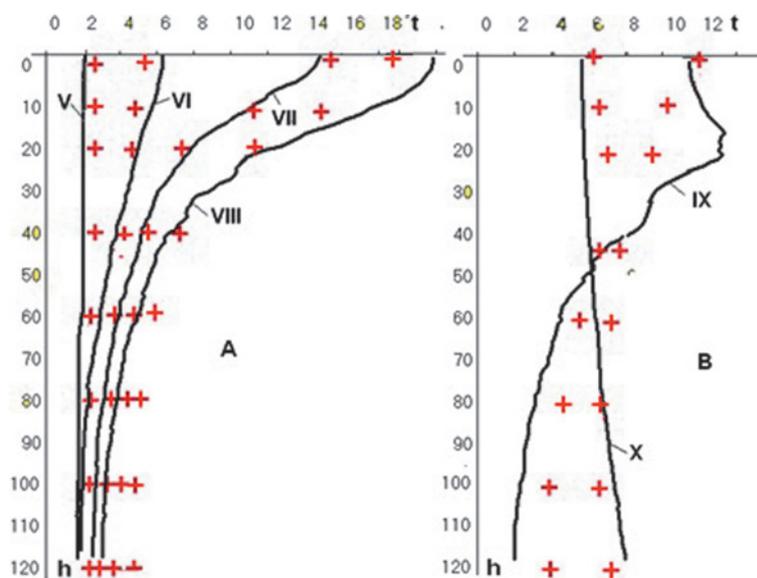


Рис. 6. Результаты моделирования термики в глубоководной части Ладожского озера (сплошные линии) и осредненные многолетние данные (крестики) в период прогрева (А) и охлаждения (В) озера

индекс области, откуда течет вода, а второй – куда она течет. Величина интенсивности может изменяться от нуля до единицы.

Работа программы реализации модели начинается с имитации состояния озера на первое июня. Для возможности реализации мелкомасштабных вихрей временной шаг в одни сутки пришлось выполнять за 24 почасовых шага. Интенсивность турбулентности (R) определялась числом вихрей, возникающих в течение этого времени. Возможности персонального компьютера позволяли имитировать до 50 000 вихрей, что оказалось достаточным. Для каждого вихря определялись его координаты и направление вращения. В качестве первого приближения принималось, что все вихри имеют минимальные размеры и распределены по глубине равномерно. Направление вращения вихря (по часовой стрелке или против нее) также определялось при помощи датчика случайных чисел с вероятностью 0,5.

Имитация теплового потока через поверхность озера при отсутствии ледяного покрова (солнечная радиация) считалась проникающей по экспоненциальному закону на глубины не более 2 м. Предполагалось, что тепловыми потоками между водной массой и данными отложениями можно пренебречь. Для упрощения калибровки модели предполагалось, что параметры теплового взаимодействия озера с атмосферой (QT) и интенсивность турбулентности (R) изменялись с дискретностью в один месяц.

На рисунке 6 представлены вертикальные профили температуры, полученные при исследовании модели, и соответствующие им данные из атласа Ладожского озера.

На рисунках вертикального распределения температур показана не только кривая самой функции температуры, но и область ее изменчивости по результатам моделирования методом Монте-Карло. Этот результат получен многократным прогоном модели порядка 100 реализаций с последующей статистической обработкой. Такое сопоставление измеренных (данные атласа) и смоделированных значений температуры воды не вполне корректно, т. к. в модели фигурируют данные для конкретных суток одной реализации случайного процесса, а в атласе приводятся средние многолетние величины. Обращает на себя внимание тот факт, что модель достаточно реалистично описывает период прогрева водных масс, не демонстрирует существенные расхождения с натурными наблюдениями температуры. Очевидно, это связано с тем, что интенсивность турбулентного перемешивания в осенний период на половину порядка выше, чем в начале лета.

3. Двухмерная модель термического режима Ладожского озера (продольник)

Дальнейшее развитие автоматных моделей Ладожского озера заключается в переходе от точечных моделей к плоскостным представлениям. По обилию и подробности наблюдений

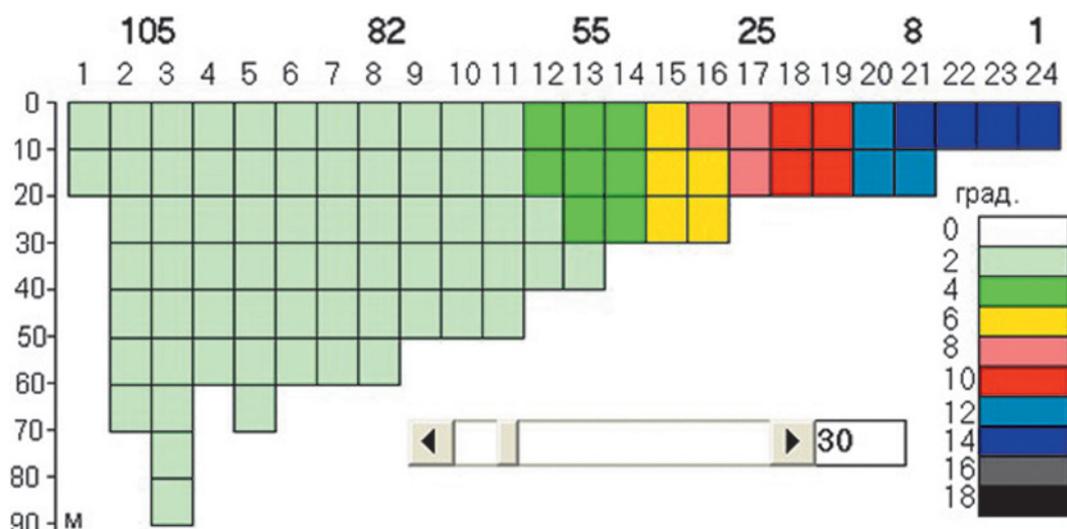


Рис. 7. Распределение температур воды по продольному разрезу в конце мая ($t = 30$).
Наверху приведены номера станций [Ладожское озеро..., 2015]

целесообразно использовать продольный разрез с севера на юг (от Новой Ладоги до Якимварского залива), который регулярно и многократно повторялся во время работ, проводимых Ладожской экспедицией Института озероведения РАН. Выбор автоматов для такой модели представлен на рисунке 7.

Поскольку наблюдения на продольном разрезе велись не круглый год, а только при отсутствии ледяного покрова, то функционирование модели ограничивается периодом с мая по декабрь. Конструкция модели повторяет устройство точечной модели, описанной в предыдущем разделе, с добавлением неоднородности глубины и теплового потока через поверхность не только по времени, но и по горизонтали.

Величины теплового потока через поверхность озера принимались по результатам расчетов теплового баланса Ладожского озера, проведенных Н. П. Смирновой [Ладожское озеро..., 2015]. Интенсивности вертикального и горизонтального турбулентного перемешивания для каждого месяца подбирались исходя из требования минимизации расхождений между данными модели и средними многолетними данными, приводимыми в атласе Ладожского озера. Среднее отклонение от модельных данных и данных по шести станциям продольного разреза не превышало $0,4^{\circ}\text{C}$. Результаты работы модели представлены на рисунке 7, на котором виден эффект термобара. Движение термобара наглядно видно при работе программы в режиме анимации. Для более подробного модельного воспроизводства этого явления необходима более густая сетка клеточных автоматов, как по глубине, так

и по горизонтали. Исследование представленной модели подтвердило вывод, полученный на точечной модели, о том, что интенсивность турбулентного перемешивания в осеннее время существенно превышает эту величину в период весенней гомотермии. Для осредненных многолетних данных о температурном режиме Ладожского озера, которые использованы в настоящей модели, эта разница соответствует трехкратному превышению интенсивности вихревого перемешивания в осеннее время по сравнению с весной.

4. Пространственная трехмерная модель термического режима Ладожского озера

При переходе от модели, рассмотренной в предыдущем разделе, к трехмерной модели Ладожского озера, необходимо установить схему районирования акватории озера для создания компактного представления параметров. Первоначально использовалась схема, предложенная Ф. А. Черняевой, в рамках которой в атласе [Ладожское озеро..., 2015] приведены данные по тепловому балансу озера. Однако в процессе отладки модели выяснилась формальность предложенного районирования, которая приводила к неправдоподобным картинкам распределения температур воды по акватории озера. Переход к районированию по глубинам, предложенный М. А. Фламенко [Ладожское озеро..., 2015], позволил существенно улучшить качество модели.

Структура программы, предназначенной для реализации пространственной модели термического режима Ладожского озера (рис. 8),



Рис. 8. Блок-схема программы для реализации пространственной модели термического режима Ладожского озера

в общих чертах аналогична программе модели распространения консервативной примеси, рассмотренной в разделе 1 настоящей работы.

Обратим внимание на то, что в начале каждого временного шага автоматы верхнего слоя получают или отдают тепло в результате взаимодействия озера и атмосферы. Основой для оценки этих потоков тепла послужили данные, приведенные в атласе Ладожского озера, однако в процессе численных экспериментов с моделью выяснилась необходимость калибровки этих данных. Процедура перемешивания в горизонтальной плоскости при помощи имитации вихревых перемещений воды между соседними автоматами проводилась в модели только для четырех верхних слоев, поскольку в глубинных частях озера появлялись изолированные впадины, в которых актуальным оказывалось только вертикальное перемешивание. При моделировании вертикального турбулентного

перемешивания в районе мелководья предполагалось полное перемешивание. В областях с большими глубинами положение единичного вихря по вертикали полагалось равновероятным по всему столбу воды. Такое допущение справедливо только в условиях, близких к гомотермии, а при наличии термоклина было бы целесообразнее учитывать зависимость интенсивности турбулентного обмена от глубины.

Процесс калибровки модели заключался в подборе коэффициентов интенсивности вертикального и горизонтального турбулентного перемешивания для каждого месяца исходя из требования наилучшего приближения полученных в модели распределений температур к средним многолетним данным [Ладожское озеро..., 2015]. Для сравнения были выбраны данные по продольному разрезу, как наиболее надежные и информативные.

Программной реализацией модели предусмотрена возможность вывода информации

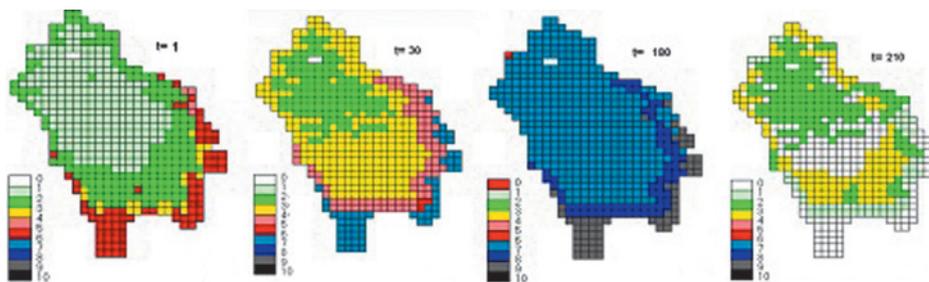


Рис. 9. Сезонный ход распределения поверхностных температур Ладожского озера по данным компьютерного эксперимента (t = 1 – май, t = 30 – июнь, t = 180 – август, t = 210 – декабрь)

о состоянии озера на каждые сутки по всем горизонтам, а также вертикального распределения температуры под любой из 519 точек акватории озера, представленных в модели (рис. 9).

Поскольку созданная модель является стохастической, то ее функционирование оценивалось не по одной реализации, а с использованием метода Монте-Карло. Было установлено, что отклонение от средних значений температур не превышает 2–3 °С, что вполне сопоставимо с межгодовыми различиями по данным натурных наблюдений.

Заключение

Разработанная модель Ладожского озера демонстрирует реальную возможность создания модели гидродинамики и термики крупного озера с вертикальной стратификацией не на основе решения системы дифференциальных уравнений Навье – Стокса, а путем компьютерной имитации процесса турбулентной диффузии с применением аппарата клеточных автоматов. Это создает предпосылки для построения моделей конкретных водоемов. Число клеточных автоматов, особенно по вертикали вблизи границы вода-воздух, можно увеличить, ориентируясь на вычислительные возможности современных персональных компьютеров. Допущение о существовании вихрей только одного размера было сделано исключительно из соображений экономии машинного времени, а не из современного представления о структуре турбулентного потока. Тем более что в предварительных вариантах модели с малым числом автоматов была отработана схема из комплекса вихрей разного размера, начиная от величин, сопоставимых с размерами водоема.

Функционирование разработанной модели и опыт построения модели экосистемы подледного периода для Онежского озера [Меншуткин, Филатов, 2016] открывают реальную возможность круглогодичного замыкания модели термического режима Ладожского и других крупных стратифицированных озер. Сопоставление разработанной модели с моделью, построенной на основе уравнений Навье – Стокса для того же Ладожского озера [Астраханцев и др., 2003] и на основании того же самого фактического материала, позволяет оценить достоинства и недостатки этих моделей. В предлагаемой модели Ладожского озера сделаны предположения о структуре турбулентного перемешивания, поэтому получение правдоподобных результатов следует

считать обнадеживающим. Достоинство предлагаемого метода моделирования заключается, в частности, в простоте программной реализации. Аппарат клеточных автоматов хорошо приспособлен для описания гидрохимических и гидробиологических процессов, происходящих в озерах. Собственно, своим появлением клеточные автоматы обязаны задаче моделирования систем, способных к самовоспроизведению [Астафьев и др., 2003]. Это открывает перспективы расширения гидродинамических моделей на всю экологическую систему водоема.

Литература

- Алимов А. Ф. Элементы теории функционирования водных экологических систем. СПб.: Наука, 2000. 147 с.
- Астафьев Г. Б., Короновский В. А., Храмов А. Б. Клеточные автоматы. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2003. 120 с.
- Астраханцев Г. П., Меншуткин В. В., Петрова Н. А., Руховец Л. А. Моделирование экосистем больших стратифицированных озер. СПб.: Наука, 2003. 362 с.
- Афанасьев И. В. Клеточно-автоматная модель динамики численности организмов озера Байкал // Прикладная дискретная математика. 2012. № 1. С. 261–267.
- Ладожское озеро и достопримечательности его побережья. Атлас / Ред. В. А. Румянцев. СПб.: Нестор-История, 2015. 200 с.
- Ляпунов А. А. О математическом подходе к изучению жизненных явлений // Математическое моделирование жизненных явлений. М.: Мысль, 1968. С. 65–100.
- Меншуткин В. В., Руховец Л. А., Филатов Н. Н. Состояние и перспективы развития моделирования экосистем пресноводных озер. Использование моделей для решения задач сохранения их водных ресурсов. СПб.: Нестор-История, 2013. 120 с.
- Меншуткин В. В., Филатов Н. Н. Модель подледной экологической системы озера, основанная на применении клеточных автоматов // Труды Карельского научного центра РАН. 2016. № 5. С. 76–87. doi: 10.17076/lim329
- Тиффоли Е., Морголис Н. Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991. 280 с.
- Филатов Н. Н. Динамика озер. М.: Наука, 1983. 166 с.
- Annual Report of Russian-Swiss multi-disciplinary project. Lousanne; Petrozavodsk, 2015. 143 p.
- Rukhovets L. A., Filatov N. N. Lake Ladoga and Onego: Great European Lakes. Springer-Praxis. 2010. 302 p.
- Wolfram S. A new kind of science. USA Wolframs Media. 2002. 1197 p.

Поступила в редакцию 06.02.2017

References

Alimov A. F. Elementy teorii funktsionirovaniya vodnykh ekologicheskikh sistem [Elements of aquatic ecosystems functioning theory]. St. Petersburg: Nauka, 2000. 147 p.

Astaf'ev G. B., Koronovskii V. A., Khramov A. B. Kletochnye avtomaty [Cellular automata]. Saratov: Izd-vo GosUNTs «Koledzh», 2003. 120 p.

Astrakhantsev G. P., Menshutkin V. V., Petrova N. A., Rukhovets L. A. Modelirovanie ekosistem bol'shikh stratifitsirovannykh ozer [Simulation of large stratified lakes ecosystems]. St. Petersburg: Nauka, 2003. 362 p.

Afnas'ev I. V. Kletочно-автоматная модель динамики численности организмов озера Байкал [Cellular automata model of population dynamics of Lake Baikal organisms]. *Prikladnaya diskretnaya matematika [Applied Discrete Mathematics]*. 2012. No. 1. P. 261–267.

Filatov N. N. Dinamika ozer [Lakes dynamics]. Moscow: Nauka, 1983. 166 p.

Ladozhskoe ozero i dostoprimechatel'nosti ego poberezh'ya. Atlas [Lake Ladoga and landmarks of its coast. Atlas]. Ed. V. A. Rumyantsev. St. Petersburg: Nestor-Istoriya, 2015. 200 p.

Lyapunov A. A. O matematicheskom podkhode k izucheniyu zhiznennykh yavlenii [On the mathematical approach to the study of life phenomena]. *Matematicheskoe modelirovanie zhiznennykh yavlenii*

[Mathematical Modeling of Life Phenomena]. Moscow: Mysl', 1968. P. 65–100.

Menshutkin V. V., Rukhovets L. A., Filatov N. N. Sostoyanie i perspektivy razvitiya modelirovaniya ekosistem presnovodnykh ozer. Ispol'zovanie modelei dlya resheniya zadach sokhraneniya ikh vodnykh resursov [Current state and prospects of freshwater lakes ecosystems modeling. Models for water resources protection]. St. Petersburg: Nestor-Istoriya, 2013. 120 p.

Menshutkin V. V., Filatov N. N. Model' podlednoi ekologicheskoi sistemy ozera, osnovannaya na primeneniye kletochnykh avtomatov [Model of subglacial lake ecosystem based on cellular automata]. *Trudy KarNTs RAN [Trans. of KarRC of RAS]*. 2016. No. 5. P. 76–87. doi: 10.17076/lim329

Tiffoli E., Morgolis N. Mashiny kletochnykh avtomatov [Cellular automata machines]. Moscow: Mir, 1991. 280 p.

Annual Report of Russian-Swiss multi-disciplinary project. Lousanne; Petrozavodsk, 2015. 143 p.

Rukhovets L. A., Filatov N. N. Lake Ladoga and Onego: Great European Lakes. Springer-Praxis. 2010. 302 p.

Wolfram S. A new kind of science. USA Wolframs Media. 2002. 1197 p.

Received February 06, 2017

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Меншуткин Владимир Васильевич

главный научный сотрудник, д. б. н., проф.
Санкт-Петербургский экономико-математический институт РАН
ул. Сызранская, 28–1, Санкт-Петербург, Россия, 191187
эл. почта: menshutkina.n@gmail.com

Филатов Николай Николаевич

главный научный сотрудник, чл.-корр. РАН,
д. г. н., проф.
Институт водных проблем Севера
Карельского научного центра РАН
пр. А. Невского, 50, Петрозаводск, Республика Карелия,
Россия, 185030
эл. почта: nfilatov@rambler.ru

CONTRIBUTORS:

Menshutkin, Vladimir

St. Petersburg Institute for Economics and Mathematics,
Russian Academy of Sciences
28–1 Syzranskaya St., 191187 St. Petersburg, Russia
e-mail: menshutkina.n@gmail.com

Filatov, Nikolai

Northern Water Problems Institute,
Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences
50 A. Nevsky St., 185030 Petrozavodsk,
Karelia, Russia
e-mail: nfilatov@rambler.ru