

УДК 504.455

ВЕРТИКАЛЬНАЯ ТЕРМИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА И ТЕПЛООБМЕН В ОЗЕРЕ В ПЕРИОД ЛЕДОСТАВА

С. Д. Голосов^{1,2}, И. С. Зверев¹, А. Ю. Тержевик²

¹ Институт озераведения РАН, Санкт-Петербург

² Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, Петрозаводск

В настоящей работе эффект подледного прогрева озера рассматривается на основе данных натурных измерений, полученных на озерах Карелии и Карельского перешейка. Предложена одномерная параметризованная математическая модель явления, выполнены количественные оценки потоков тепла в системе «лед – водная масса – донные отложения».

Ключевые слова: вертикальная термическая структура; теплообмен; подледный прогрев; параметризация.

S. D. Golosov, I. S. Zverev, A. Yu. Terzhevik. VERTICAL THERMAL STRUCTURE AND HEAT EXCHANGE IN ICE COVERED LAKE

In the present study the effect of under ice warming is analyzed on the basis of observed data from the Karelian Isthmus and lakes of Karelia. A simple 1D parameterized mathematical model of the phenomenon was developed. The heat fluxes in the “ice – water column – sediments” system were quantified.

Keywords: vertical thermal structure; heat exchange; under ice warming; parameterization.

Введение

Многочисленные данные натурных наблюдений за термическим режимом мелководных озер, покрытых льдом [см., например, Кузьменко, 1976, 1984; Bengtsson et al., 1995; Malm et al., 1997a; Петров и др., 2006], свидетельствуют, что в зимний период происходит перераспределение теплового запаса между донными отложениями и водной массой. Данный процесс приводит к так называемому эффекту «подледного прогрева» озера, когда в течение всего периода ледостава температура водной массы увеличивается за счет поступающего из донных отложений тепла. Сам эффект имеет

для озер – в особенности мелководных – большое значение. В частности, он препятствует промерзанию водной толщи озера до дна, предохраняя тем самым водные организмы от гибели в течение длительного зимнего периода.

В течение периода с момента образования ледового покрова и до начала ранневесеннего прогрева теплосодержание в мелком озере и его термическая структура контролируется двумя потоками, а именно теплопередачей из донных отложений в воду и теплопередачей из воды в лед. Как правило, температура воды в озере растет в течение этого периода; таким образом, теплоперенос из донных отложений является доминирующим. Теплосодержание

и его изменения в донных отложениях (наиболее значительные изменения в годовом ходе температуры происходят в верхнем 3–6-метровом слое) в мелких водоемах сравнимы – всего в несколько раз меньше – с таковыми в столбе воды. Оценки потока тепла из донных отложений в течение подледного периода [см., например, Likens, Ragotzkie, 1965; Malm et al., 1997b] лежат в диапазоне 1–5 Вт·м⁻². Поток зависит от времени и глубины в озере, с максимальными значениями в самом начале подледного периода и минимальными поздней зимой.

На рисунке 1 графически представлен эффект подледного прогрева озера на примере эволюции вертикального распределения температуры в озере Вендюрском (Карелия) в период с ноября 1995 по апрель 1996 г. [Malm et al., 1997a].

Как следует из данных, представленных на рисунке 1, водная масса озера в начале периода ледостава обладает минимальным теплозапасом. Вертикальный профиль температуры № 1 сформирован в процессе периода зимнего охлаждения озера до начала формирования ледового покрова. Сразу после образования льда на поверхности озера теплообмен с атмосферой меняется кардинальным образом. Сквозь лед он возможен только посредством молекулярной диффузии тепла из воды в атмосферу. В этих условиях в тепловом балансе озера ведущую роль начинает играть поступление тепла из донных отложений. Водная масса озера начинает достаточно быстро прогреваться (см. профиль температуры № 2 на рис. 1). Такого рода прогрев продолжается до начала ранневесеннего прогрева, сопровождающегося развитием подледной конвекции. Необходимо отметить, что в процессе перераспределения накопленного тепла между донными отложениями и водной массой теплозапас первых постоянно уменьшается, что с течением времени приводит к установлению практически линейного вертикального распределения температуры в воде (профили температуры № 3 и № 4 на рис. 1). Последнее свидетельствует о том, что процесс перераспределения тепла в системе «лед – водная масса – донные отложения» становится квазистационарным, и вертикальное распределение температуры остается практически неизменным до начала подледной конвекции.

Материалы и методы

Явление подледного прогрева озер в настоящей работе рассмотрено на основе данных натурных наблюдений за термическим режимом

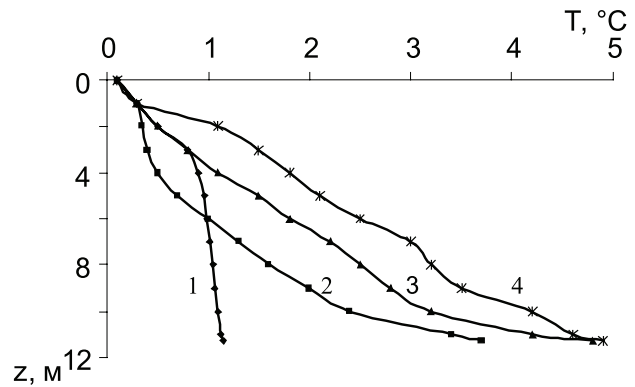


Рис. 1. Временная изменчивость вертикального распределения температуры зимой 1995–1996 г. в озере Вендюрском: 1 – начало ноября 1995 г.; 2 – конец ноября 1995 г., декабрь 1995 г.; 3 – март 1996 г. [Malm et al., 1997a], 4 – начало апреля 1996 г.

двух озер, расположенных на Северо-Западе России (Ленинградская область и Республика Карелия). Наблюдения выполнялись в зимний период в различные годы. Так, измерения на озере Красном (Ленинградская область) были выполнены зимой 1974–1975 года, тогда как измерения на озере Вендюрском (Республика Карелия) производились во время зимней измерительной кампании 1995–1996 года.

Зимний период в местах расположения озер на момент выполнения измерений имел продолжительность от 5 до 6 месяцев, толщина льда достигала 0,6–0,8 м. Оба озера являются водоемами ледникового происхождения, но при этом имеют различные морфометрические характеристики. Так, котловина озера Красного при максимальной глубине 14 метров имеет корытообразную форму, тогда как форма рельефа дна озера Вендюрского (максимальная глубина 13 метров) отличается высокой степенью изрезанности.

Данные, полученные на озерах, также существенно различаются. Так, результаты измерений, полученные на озере Красном, представляют собой вертикальные распределения температуры в водной массе и в теплоактивном слое донных отложений, имеющем толщину 4–5 метров. Измерения выполнялись ежемесячно в течение зимы 1974–1975 гг. на одной станции. Необходимо отметить, что на нижней границе теплоактивного слоя донных отложений температура остается практически постоянной в течение всего года и ее вертикальный градиент равен нулю. Это свойство было использовано при формулировке модели подледного прогрева озера. Данные, полученные на озере Вендюрском, представляют собой детальные измерения температуры водной массы озера и верхнего 10-сантиметрового слоя

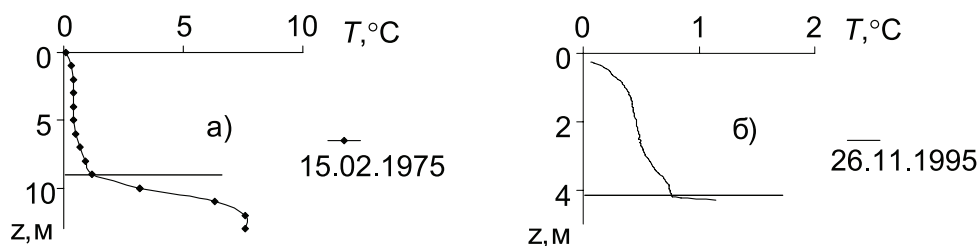


Рис. 2. Примеры вертикальных профилей температуры, полученные в обоих озерах: а) оз. Красное; б) оз. Вендюрское. Горизонтальной линией обозначена граница раздела вода-дно

донных отложений на 11 станциях регулярного поперечного разреза в центральной части водоема. Частота измерений составляла 1–2 раза в месяц. На рисунке 2 представлены примеры вертикальных распределений в обоих озерах.

Ниже приводится простая одномерная нестационарная параметризованная модель подледного прогрева озера, сформулированная на основе описанных выше данных натуральных наблюдений. С использованием модели выполнены количественные оценки вертикальных потоков тепла в мелководных озерах в подледный период.

Основные уравнения и параметризации модели

На рисунке 2 схематично представлено типичное вертикальное распределение температуры в системе «лед – водная масса – донные отложения» в мелководном озере в подледный период при отсутствии снежного покрова на поверхности льда. В принятых на схеме обозначениях вертикальная ось координат направлена вниз от поверхности льда ($z = 0$) к нижней границе теплоактивного слоя донных отложений ($z = L$), где температура T_L остается постоянной

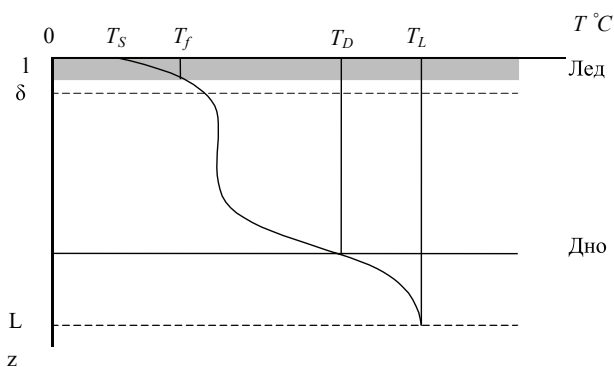


Рис. 3. Схематичное представление вертикального распределения температуры в системе «лед – водная масса – донные отложения», принятое в настоящей работе

в течение всего года; l – толщина льда, на верхней границе которого температура T_s определяется взаимодействием с атмосферой. На нижней границе льда ($z = l$) в течение всего подледного периода температура постоянна и равна температуре замерзания воды $T_f = 0$ °С; D – граница раздела вода-дно с температурой на ней T_D .

В одномерном случае уравнение вертикального переноса тепла в области $0 \leq z \leq L$ может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial z}, \quad (1)$$

где t – время, [с]; z – глубина, [м]; T – температура, [°K], Q – вертикальный кинематический поток тепла, [$K \cdot m \cdot c^{-1}$].

Согласно схеме, представленной на рисунке 3, вертикальный профиль температуры в рассматриваемой области может быть описан следующим параметрическим представлением:

$$T(z) = \begin{cases} T_s - (T_s - T_f) \cdot f_1\left(\frac{z}{l}\right) & \text{при } 0 \leq z \leq l \\ T_f + (T_D - T_f) \cdot f_2\left(\frac{z-l}{D-l}\right) & \text{при } l \leq z \leq D \\ T_D + (T_L - T_D) \cdot f_3\left(\frac{z-D}{L-D}\right) & \text{при } D \leq z \leq L \end{cases} \quad (2)$$

Безразмерные функции $f_1(\xi_1)$, $f_2(\xi_2)$ и $f_3(\xi_3)$, где $\xi_1 = (z/l)$, $\xi_2 = (z-l)/(D-l)$ и $\xi_3 = (z-D)/(L-D)$ – безразмерные глубины, описывают вертикальное распределение температуры во льду, водной массе и донных отложениях соответственно. Все три функции имеют очевидные граничные условия:

$$\begin{aligned} f_1(0) = f_2(0) = f_3(0) &= 0; \\ f_1(1) = f_2(1) = f_3(1) &= 1; \\ f_3'(1) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Последнее граничное условие в (3) следует из определения толщины теплоактивного слоя донных отложений (см. выше).

Ввиду того, что распределение температуры во льду в основном определяется влиянием

атмосферы, в дальнейшем нас будет интересовать только совместная эволюция температурных распределений в водной массе и донных отложениях, описываемых второй и третьей формулами параметрического представления (2).

Проинтегрируем уравнение (1) по глубине дважды – сначала в пределах от l до D , принимая во внимание вторую формулу (1), а затем в пределах от D до L с использованием третьей формулы (1). В результате получаем два обыкновенных дифференциальных уравнения, связывающих теплообмен в системе «вода – донные отложения» с основными параметрами представления (2):

$$\frac{dT_D}{dt} \cdot (D-L) \cdot \alpha_2 = -Q_D + Q_l + T_D \cdot \alpha_2 \cdot \frac{dl}{dt} - T_D \cdot (D-L) \cdot \frac{d\alpha_2}{dt}, \quad (4)$$

$$\frac{dT_D}{dt} \cdot (L-D) \cdot (1-\alpha_3) + (T_L - T_D) \cdot (L-D) \cdot \frac{d\alpha_3}{dt} = Q_D \quad (5)$$

$$\alpha_2 = \int_0^1 f_2(\xi_2) d\xi_2; \quad \alpha_3 = \int_0^1 f_3(\xi_3) d\xi_3$$

Уравнения (4) и (5) содержат шесть параметров, подлежащих определению, а именно: придонную температуру T_D , потоки тепла Q_D и Q_l через границы вода-дно и вода-лед соответственно, l – толщину льда, а также параметры α_2 и α_3 , являющиеся интегралами от соответствующих функций $f_2(\xi_2)$ и $f_3(\xi_3)$. Что касается толщины льда, то для расчета ее временной эволюции могут быть использованы модели, специально предназначенные для решения данной задачи [см., например, Румянцев и др., 1986; Patterson, Hamblin, 1988]. Отметим, что члены уравнений (4) и (5), содержащие производные от интегральных параметров α_2 и α_3 , описывают перераспределение тепла между донными отложениями и водной массой в зимний период. Таким образом, для замыкания системы уравнений (4) и (5) необходимы три дополнительных соотношения, которые могут быть получены следующим образом.

Согласно (3) функция $f_2(\xi_2)$ имеет два независимых от времени граничных условия – $f_2(0) = 0$ и $f_2(1) = 1$, которых недостаточно для определения временной изменчивости функции. В рамках одномерной модели зависимое от времени дополнительное граничное условие не может быть поставлено на нижней границе льда, поскольку неизвестна толщина прилегающего к ней слоя молекулярной теплопроводности. Однако такое условие для производной функции $f_2(\xi_2)$ может быть определено на границе раздела вода-дно ($\xi_2 = 1$),

если принять во внимание физические свойства этой границы. Обычно верхний слой донных отложений имеет высокую пористость (~95%) и влагонасыщенность (90–95%). Это позволяет в первом приближении считать его теплофизические свойства близкими к свойствам придонной воды. В таком случае выражение для потока тепла через границу раздела вода-дно может быть записано в виде

$$Q_D = -\lambda_{eff} \cdot \frac{dT}{dz}, \quad (6)$$

где λ_{eff} – эффективный коэффициент теплопроводности в воде [$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$], dT_w/dz – вертикальный градиент температуры в придонном слое воды. Принимая во внимание вторую формулу в (2), выражение (6) может быть переписано в виде

$$-\lambda_{eff} \cdot \frac{T_D}{D-l} \cdot \frac{df_2}{d\xi_2} = Q_D \quad \text{при } \xi_2 = 1. \quad (7)$$

О способах оценки величины λ_{eff} будет сказано ниже.

Таким образом, функция $f_2(\xi_2)$ имеет теперь три граничных условия, из которых одно является зависимым от времени:

$$f_2(0) = 0; \quad f_2(1) = 1, \quad f_2'(1) = A,$$

$$\text{где } A = -\frac{Q_D \cdot (D-l)}{\lambda_{eff} \cdot T_D}. \quad (8)$$

Последнее граничное условие в (8) определяет изменчивость функции во времени. Теперь в соответствии с (8) функция $f_2(\xi_2)$ может быть выражена в виде полинома третьей степени с зависимыми от времени коэффициентами:

$$f_2(\xi_2) = (2-A) \cdot \xi_2 + (A-1) \cdot \xi_2^2. \quad (9)$$

Для определения временной изменчивости функции $f_3(\xi_3)$ также необходимо дополнительное граничное условие, аналогичное третьему условию в (8). Согласно (3) $f_3(\xi_3)$ имеет три независимых от времени граничных условия: $f_3(0) = 0$, $f_3(1) = 1$, $f_3'(1) = 1$. Повторяя рассуждения, приведшие к выводу выражения (6), и принимая во внимание третью формулу в параметризации (2), дополнительное граничное условие может быть сформулировано в виде

$$-\lambda_{eff} \cdot \frac{(T_L - T_D)}{(L-D)} \cdot \frac{df_3}{d\xi_3} = Q_D \quad \text{при } \xi_3 = 0. \quad (10)$$

Данное условие, аналогично выражению (7), определяет изменчивость функции $f_3(\xi_3)$ во времени. Теперь искомая функция может быть выражена полиномом третьей степени с зависимыми от времени коэффициентами:

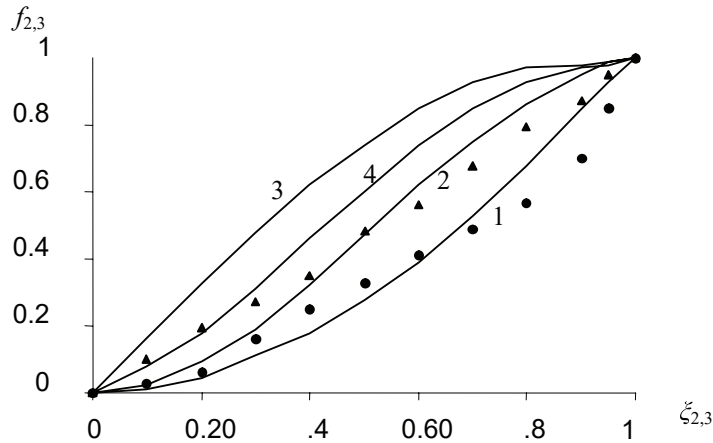


Рис. 4. Безразмерные вертикальные профили температуры в системе «водная масса – донные отложения» в период ледостава. Кривые 1 и 2 – результаты моделирования профилей температуры в озере Вендюрском в ноябре 1995 и марте 1996 г. соответственно; кривые 3 и 4 – то же для донных отложений. Символами обозначены измеренные профили температуры в водной массе озера в ноябре (●) и марте (▲)

$$f_3(\xi_3) = B\xi_3 + (3 - 2B)\xi_3^2 + (B - 2)\xi_3^3, \quad (11)$$

где $B = -\frac{Q_D \cdot (L - D)}{\lambda_{eff} \cdot (T_L - T_D)}$.

Значение эффективного коэффициента температуропроводности λ_{eff} может быть оценено из простого соотношения, связывающего линейный масштаб профиля температуры в водной массе со временем, в течение которого происходит его деформация,

$$\lambda_{eff} = \frac{(D - l)^2}{t_*}, \quad (12)$$

где t_* – длительность ледостава до начала подледной конвекции.

Верификация полиномов (10) и (11) была выполнена с использованием данных натуральных наблюдений, полученных на озере Вендюрском [Malm et al., 1997a, b]. Результаты верификации представлены на рисунке 4. Кривые 1 и 2 соответствуют вертикальным профилям температуры в водной массе, измеренным в ноябре 1995 и марте 1996 г. Очевидно, что профиль № 2 соответствует большему теплосодержанию водной массы. Более того, температурное распределение, описываемое данной кривой, близко к линейному, что отражает квазистационарный режим вертикального теплообмена в озере в конце подледного периода. Кривые 3 и 4 описывают профили температуры в донных отложениях в ноябре 1995 и марте 1996 года. Кривая 4 показывает, что теплосодержание донных отложений за указанный период уменьшилось по сравнению с начальным моментом времени (кривая 3). При этом профиль температуры в донных отложениях также стремится

к линейному, что полностью соответствует описанному выше характеру вертикального переноса тепла в конце периода ледостава.

И, наконец, последнее, замыкающее систему уравнений (4) и (5) выражение для потока тепла на границе раздела вода-лед Q_l легко может быть получено следующим образом. Запишем уравнение для потока тепла в виде

$$Q_l = -\lambda_{eff} \cdot \frac{dT}{dz} \Big|_{z=l}, \quad (13)$$

или, принимая во внимание вторую формулу в параметризации (2) и полином для этой функции (9),

$$Q_l = -\lambda_{eff} \cdot \frac{T_D}{(D - l)} \cdot (2 - A). \quad (14)$$

Таким образом, система уравнений (4), (5), (9), (12) и (14) является замкнутой и представляет собой модель вертикального теплообмена между водной массой и донными отложениями в озере в период ледостава.

Результаты моделирования

Описанная выше модель была применена для воспроизведения временной динамики вертикального распределения температуры в водной массе и донных отложениях в озере Красном в зимний период 1974–1975 гг. Результаты расчетов и данные натуральных наблюдений представлены на рисунке 5. Сравнение результатов моделирования с натурными данными свидетельствует, что модель вполне соответствует реальным процессам,

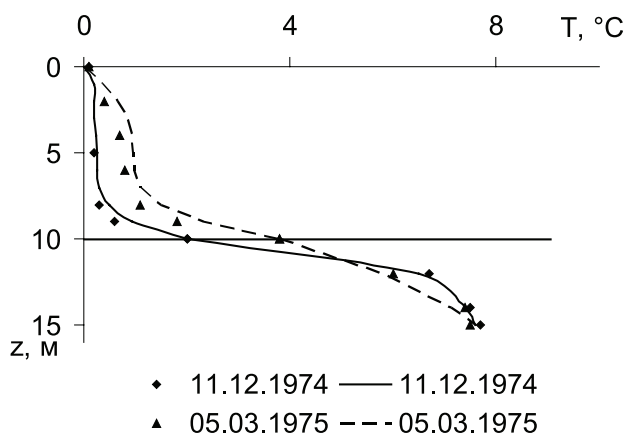


Рис. 5. Временная изменчивость вертикального распределения температуры в озере Красном в зимний период 1974–1975 гг. Символами обозначены данные натурных измерений, линии – результаты моделирования. Сплошная горизонтальная линия обозначает границу раздела вода-дно

происходящим в озере в период ледостава. Так, в частности, модель адекватно описывает перераспределение тепла между донными отложениями и водной массой. Кроме того, модель воспроизводит изменение формы вертикального профиля температуры как в водной массе, так и в донных отложениях.

Кроме того, на рисунке 6 представлены количественные оценки вертикальных потоков тепла в обоих озерах в подледный период, полученные с использованием модели и данных натурных наблюдений на озере Вендюрском.

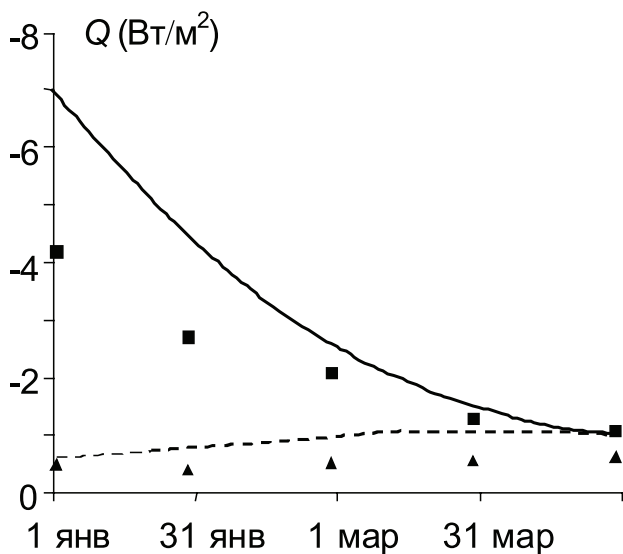


Рис. 6. Потоки тепла через границу раздела вода-дно (Q_D) и вода-лед (Q_I) в озерах Красном (линии) и Вендюрском (символы). Сплошная и прерывистая линии – потоки Q_D и Q_I , рассчитанные для озера Красного (1974–1975), квадраты и треугольники – те же потоки для озера Вендюрского, оцененные по данным наблюдений [Malm et al., 1997a, b].

Основные выводы

Особый интерес представляет собой сравнение потоков тепла Q_D и Q_I , рассчитанных по модели для озера Красного, с аналогичными потоками для озера Вендюрского, оцененными по данным натурных наблюдений. Такого рода сравнение позволяет сделать следующие выводы о специфике вертикального теплообмена в мелководных озерах в период ледостава:

1) в начальный период ледостава поступление тепла из донных отложений в водную массу в несколько раз превосходит отток тепла через границу раздела вода-лед, что и является первопричиной эффекта подледного прогрева озера;

2) несмотря на различия в географическом положении озер (озеро Вендюрское расположено приблизительно в 500 км северовосточнее озера Красного), а следовательно, и в условиях накопления тепла донными отложениями, а также несмотря на то, что расчеты для озера Красного были выполнены для зимы 1974–1975 гг., а измерения на озере Вендюрском проводились зимой 1996 года, очевидна качественная схожесть процессов вертикального переноса тепла в различных мелководных озерах; пространственные, климатические и временные различия отражаются только в абсолютных значениях потоков тепла, что объясняется большим теплозапасом донных отложений в озере Красном к моменту формирования ледового покрова;

3) равенство потоков тепла через границу раздела вода-лед в различных озерах свидетельствует о том, что процессы образования и дальнейшего развития ледового покрова в озерах протекают сходным образом и в основном зависят от атмосферного воздействия;

4) в конце периода ледостава все вертикальные потоки в озерах становятся равными, что доказывает существование в них квазистационарного режима переноса тепла.

Литература

Кузьменко Л. Г. Термический режим водной массы и донных отложений озера // Биологическая продуктивность озера Красного и условия ее формирования. Л.: Наука, 1976. С. 18–36.

Кузьменко Л. Г. Сезонная структура термического состояния озер // Особенности формирования качества воды в разнотипных озерах Карельского перешейка. Л.: Наука, 1984. С. 45–60.

Петров М. П., Тержевик А. Ю., Здоровеннов Р. Э., Здоровеннова Г. Э. Особенности термической структуры мелководного озера в начале зимы // Водные ресурсы. 2006. Т. 33, № 2. С. 1–9.

Румянцев В. А., Разумов Е. В., Зилитинкевич С. С. Параметризованная модель сезонных изменений температуры в озере (с приложением к проблеме озера Севан). Л.: Институт озераведения АН СССР, 1986. 74 с.

Bengtsson L., Malm J., Terzhevik A., Petrov M., Boyarinov P., Glinsky A., Palshin N. A field study of thermo- and hydrodynamics in a small Karelian Lake during late winter. Sweden, Lund Univ. Rep. No. 3185. 1995. 72 p.

Likens G. E., Ragotzkie R. A. Vertical water motions in a small, ice-covered lake // J. Geophys. Res. 1965. Vol. 70. P. 2333–2344.

Malm J., Terzhevik A., Bengtsson L., Boyarinov P., Glinsky A., Palshin N., Petrov M.. Temperature and

hydrodynamics in Lake Vendyurskoe during winter 1995/1996. Sweden, Lund Univ. Rep. No 3213. 1997a. 203 p.

Malm J., Terzhevik A., Bengtsson L., Boyarinov P., Glinsky A., Palshin N., Petrov M., Temperature and salt content regimes in three shallow ice-covered lakes: 2. Heat and mass fluxes // Nordic Hydrol. 1997b. Vol. 28. P. 129–152.

Patterson J. C., Hamblin P. F. Thermal simulation of a lake with winter ice cover // Limnol. Oceanogr. 1988. Vol. 33. P. 323–338.

Поступила в редакцию 17.08.2016

References

Kuz'menko L. G. Termicheskiy regime vodnoj massy i donnykh otlozhenij ozera [Thermal regime of lake water mass and sediments]. Biologicheskaya produktivnost' ozera Krasnogo i usloviya ee formirovaniya [Biological Productivity of Lake Krasnoye and its Formation Conditions]. Leningrad: Nauka, 1976. P. 18–36.

Kuz'menko L. G. Sezonnaya struktura termicheskogo sostoyaniya ozer [Seasonal structure of lakes thermal state]. Osobennosti formirovaniya kachestva vody v raznotipnykh ozerakh Karel'skogo peresheika [Features of Water Quality Formation in Lakes of Different Types of the Karelian Isthmuth]. Leningrad: Nauka, 1984. P. 45–60.

Petrov M. P., Terzhevik A. Yu., Zdorovenov R. E., Zdorovenova G. E. Osobennosti termicheskoi struktury melkovodnogo ozera v nachale zimy [Thermal structure peculiarities of a shallow lake in the beginning of winter]. Vodnye resursy [Water Resources]. 2006. Vol. 33, no. 2. С. 1–9.

Rumyantsev V. A., Razumov E. V., Zilitinkevich S. S. Parametrizovannaya model' sezonnykh izmenenij temperatury v ozere (s prilozheniyem k probleme ozera Sevvan) [Parameterized model of seasonal temperature

changes in a lake (application to Lake Sevan)]. Leningrad: Institute of Limnology RAS, 1986. 74 p.

Bengtsson L., Malm J., Terzhevik A., Petrov M., Boyarinov P., Glinsky A., Palshin N. A field study of thermo- and hydrodynamics in a small Karelian Lake during late winter. Sweden, Lund Univ. Rep. No 3185. 1995. 72 p.

Likens G. E., Ragotzkie R. A. Vertical water motions in a small, ice-covered lake. J. Geophys. Res. 1965. Vol. 70. P. 2333–2344.

Malm J., Terzhevik A., Bengtsson L., Boyarinov P., Glinsky A., Palshin N., Petrov M. Temperature and hydrodynamics in Lake Vendyurskoe during winter 1995/1996. Sweden, Lund Univ. Rep. No 3213. 1997a. 203 p.

Malm J., Terzhevik A., Bengtsson L., Boyarinov P., Glinsky A., Palshin N., Petrov M. Temperature and salt content regimes in three shallow ice-covered lakes: 2. Heat and mass fluxes. Nordic Hydrol. 1997b. Vol. 28. P. 129–152.

Patterson J. C., Hamblin P. F. Thermal simulation of a lake with winter ice cover. Limnol. Oceanogr. 1988. Vol. 33. P. 323–338.

Received August 17, 2016

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Голосов Сергей Дмитриевич

старший научный сотрудник, к. ф.-м. н.
Институт озераведения РАН
ул. Севастьянова, 9, Санкт-Петербург, Россия, 196105

старший научный сотрудник
Институт водных проблем Севера
Карельского научного центра РАН
пр. А. Невского, 50, Петрозаводск, Республика Карелия,
Россия, 185030

эл. почта: sergey_golosov@mail.ru

Зверев Илья Сергеевич

старший научный сотрудник, к. ф.-м. н.
Институт озераведения РАН
ул. Севастьянова, 9, Санкт-Петербург, Россия, 196105
эл. почта: lliazverev@mail.ru

CONTRIBUTORS:

Golosov, Sergey

Institute of Limnology, Russian Academy of Sciences
9 Sevastyanov St., 196105 St. Petersburg, Russia

Northern Water Problems Institute, Karelian Research Centre,
Russian Academy of Sciences
50 A. Nevsky St., 185030 Petrozavodsk, Karelia, Russia

e-mail: sergey_golosov@mail.ru

Zverev, Ilya

Institute of Limnology, Russian Academy of Sciences
9 Sevastyanov St., 196105 St. Petersburg, Russia

e-mail: lliazverev@mail.ru

Тержевик Аркадий Юрьевич

ведущий научный сотрудник, к. т. н.
Институт водных проблем Севера
Карельского научного центра РАН
пр. А. Невского, 50, Петрозаводск, Республика Карелия,
Россия, 185030
эл. почта: ark1968@list.ru

Terzhevik, Arkady

Northern Water Problems Institute,
Karelian Research Centre,
Russian Academy of Sciences
50 A. Nevsky St., 185030 Petrozavodsk, Karelia, Russia
e-mail: ark1968@list.ru