

ГИДРОФИЗИКА. ГИДРОЛОГИЯ

УДК 532.59

ИССЛЕДОВАНИЕ СЕЙШ И СЕЙШЕОБРАЗНЫХ КОЛЕБАНИЙ В МОДЕЛЬНОМ БАССЕЙНЕ, АППРОКСИМИРУЮЩЕМ ЛАДОЖСКОЕ ОЗЕРО

Ю. В. Манилюк, Л. В. Черкесов

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь

С использованием результатов аналитического решения системы уравнений длинных волн исследуются сейшевые и сейшеобразные колебания (комбинация мод сейш) в модельном бассейне постоянной глубины, имеющем прямоугольную форму и характерные размеры Ладожского озера. Выполнен расчет периодов четырнадцати первых мод сейш. Найдены следующие значения: 5,22; 2,61; 2,09; 1,94; 1,74; 1,63; 1,34; 1,30; 1,11; 1,04; 1,02; 0,97; 0,93 часа. Получены оценки возможных скоростей течений и установлено, что при максимальном значении отклонения уровня равном 25 см скорость волновых течений не превышает 11 см/с для всех рассмотренных в работе мод сейш. Проанализирована пространственная структура колебаний уровня и особенности волновых течений. Дана классификация видов сейш. Рассмотрены теоретически возможные в модельном бассейне системы сейшеобразных колебаний, представляющих собой суперпозицию нескольких мод сейш. Их свойства определяются набором взаимодействующих мод. При этом колебания уровня становятся непериодическими и существенно отличаются от колебаний в случае одиночных сейш. Выделены три типа сейшеобразных колебаний. Первый соответствует случаю взаимодействия продольных и поперечных сейш. Узловые линии уровня поворачиваются с течением времени, при этом направление вращения периодически изменяется. Второй тип соответствует взаимодействию только продольных или только поперечных сейш. В этом случае количество узловых линий может изменяться со временем, они перемещаются параллельно одной из осей координат, углы, которые они составляют с осями координат, не изменяются. Третий тип соответствует взаимодействию продольной и поперечной сейш, имеющих одинаковые периоды. При этом положение узловых линий не изменяется со временем. При сейшеобразных колебаниях максимальные возвышения уровня приближаются к сумме амплитуд взаимодействующих волн, а наибольшие величины модуля скорости волновых течений во всех рассмотренных вариантах были меньше суммы скоростей течений взаимодействующих мод. Сопоставление результатов расчетов с данными натурных наблюдений показало их удовлетворительное соответствие. Материалы были представлены на V Международной конференции молодых ученых «Водные ресурсы: изучение и управление» (Лимнологическая школа-практика) – «Water Resources: Research and Management» (WRRM).

Ключевые слова: колебания уровня; длинные волны; свободные волны; волновые течения; аналитические решения.

Yu. V. Manilyuk, L. V. Cherkesov. INVESTIGATION OF SEICHES AND SEICHELIKE OSCILLATIONS IN THE MODEL BASIN, APPROXIMATING THE LADOGA LAKE

Seiches (single-period) and seiche-like oscillations (superposition of different seiche modes) were studied in a constant-depth rectangular model tank with dimensions characteristic of Lake Ladoga using the results of analytical solution of a system of long wave equations. The periods of the first fourteen seiche modes were calculated. The following values were found: 5.22; 2.61; 2.09; 1.94; 1.74; 1.63; 1.34; 1.30; 1.11; 1.04; 1.02; 0.97; 0.93 hours. The possible flow velocities were estimated. It is found that where the level oscillations amplitude was within 25 cm, wave flow velocity did not exceed 11 cm/s for all the considered seiche modes. The spatial structure of level oscillations and characteristics of wave currents was analyzed. A classification of seiches has been produced. It is found that the formation of a variety of seiche-like oscillation systems is possible in Lake Ladoga. These systems represent a superposition of several seiche modes. Their properties are determined by a set of interacting modes. Level oscillations in this case are not periodic and differ substantially from oscillations in the case of a single seiche. Three types of seiche-like oscillations have been distinguished. The first one corresponds to an interaction of longitudinal and transverse seiches. Nodal lines of the level are rotated over time, and the rotation direction changes periodically. The second type corresponds to an interaction of either longitudinal or transverse seiches with different periods. In this case, the number of nodal lines may change over time. They move parallel to a coordinate axis. Angles between these lines and coordinate axes are constant. The third type corresponds to an interaction of a longitudinal and a transverse seiches with equal periods. The position of nodal lines did not change with time. Maximum level elevations of seiche-like oscillations are close to the sum of the amplitudes of the interacting waves. The greatest magnitudes of wave current velocity were in all cases lower than the sum of flow velocities of the interacting modes. The goodness of fit of the calculated results to field data was quite satisfactory. The materials were presented at the 5th International Conference of Young Scientists "Water Resources: Research and Management" (WRRM)

Key words: level oscillations; long waves; free waves; wave currents; analytical solutions.

Введение

Ладожское озеро является самым крупным в системе великих озер Европы, включающей в себя следующие озера: Сайма (4400 км²), Онежское (9890 км²), Ильмень (1100 км²), Ладожское (18 135 км²) [Калесник, 1968]. Наибольшая длина Ладожского озера 219 км, средняя ширина 80 км, средняя глубина 51 м, площадь зеркала 17 878 км² [Калесник, 1968]. Озеро судоходно и входит в состав Волго-Балтийского водного пути и Беломорско-Балтийского канала. Также оно широко используется в рекреационных целях.

Одним из важнейших элементов гидрологического режима озера являются сейши. Они вызывают колебания уровня и волновые течения, охватывающие весь объем жидкости в водоеме. При этом сейшевые течения оказывают влияние на профиль береговой черты, температуру, содержание растворенного кислорода [Лабзовский, 1971]. Скорости сейшевых течений могут достигать значительных величин. Так, в статье [Тихомиров, 1958] указывается, что

скорость течения, вызванного сейшами в Якимварском заливе Ладожского озера, достигала 78 см/с при среднем значении 17 см/с. По данным наблюдений [Калесник, 1968], на Ладоге отмечаются сейшевые колебания уровня с периодами 5 ч 40 мин, 2 ч 11 мин, 90 мин, 60 мин, 16–18 мин. Их амплитуды лежат в диапазоне от 3 до 28 см. Сейши вызываются колебаниями атмосферного давления, прохождением циклонов, воздействием ветра на поверхность озера.

Наряду с сейшевыми в озере могут существовать и сейшеобразные колебания, возникающие после прекращения действия возмущающих сил, которые представляют собой суперпозицию нескольких мод сейш.

Сейшевые колебания в Ладожском озере остаются на настоящий момент малоисследованным явлением. Основные сведения о них были получены в результате наблюдений, выполненных Комплексной ладожской экспедицией 1966 года. Отметим монографии [Калесник, 1968; Гидрологический режим..., 1966], в которых делается географическое описание этого явления. Публикации, посвященные

математическому моделированию сейш в Ладожском озере, нам неизвестны.

Целью настоящей работы является попытка теоретического исследования сейш и сейшеобразных колебаний Ладожского озера с использованием аналитического метода, основанного на решении системы уравнений длинных волн. Для этого озеро аппроксимируется прямоугольным бассейном постоянной глубины, имеющим характерные размеры Ладоги. Такое упрощение позволяет получить аналитическое решение исходной краевой задачи, дающее периоды мод сейшевых колебаний и соответствующие им собственные функции, описывающие колебания уровня и скорости волновых течений.

Материалы и методы

Направим ось x на восток, ось y – на север. Ладожское озеро будем аппроксимировать прямоугольным бассейном постоянной глубины $h = 51$ м, вытянутым в северном направлении. Длина бассейна (вдоль оси y) $b = 210$ км, ширина (вдоль оси x) $a = 84$ км. Отметим, что такая аппроксимация является достаточно грубой, т. к. не учитывается северо-западный глубоководный район. В работе [Лабзовский, 1971] указывается, что в глубоководных водоемах трение о дно сказывается мало и чаще всего развиваются «правильные» сейши. Учитывая данное обстоятельство и то, что форма Ладоги близка к прямоугольной, можно надеяться, что результаты, полученные для модельного бассейна, будут достаточно близки к реальным сейшам Ладоги и по ним можно представить физическую картину явления в первом приближении. Считая жидкость однородной, волны длинными и линейными, а атмосферное давление над акваторией бассейна постоянным, будем описывать движение жидкости системой уравнений длинных волн [Сретенский, 1977]:

$$u_t = -g\zeta_x, v_t = -g\zeta_y, \zeta_t = -(hu)_x - (hv)_y. \quad (1)$$

Здесь x, y – декартовы координаты, u, v – проекции вектора скорости движения жидкости на оси x, y соответственно, ζ – отклонение свободной поверхности, h – глубина бассейна, t – время, g – ускорение свободного падения.

На твердых боковых стенках бассейна должно выполняться условие непротекания:

$$u(0,y) = 0, u(a,y) = 0; v(x,0) = 0, v(x,b) = 0. \quad (2)$$

Решение краевой задачи (1), (2) известно. Его можно найти, например, в монографии [Праудмен, 1957; Ле Блон, Майсек, 1981].

Также в статье [Черкесов, Манилюк, 2015] приведены подробные выкладки, демонстрирующие процесс получения решения данной краевой задачи. Используя их, запишем:

$$\zeta_{km}(x,y,t) = \zeta_{0km} \cos \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \sigma_{km} t, \quad (3)$$

$$u_{km}(x,y,t) = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{kb}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}} \times \sin \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \sigma_{km} t, \quad (4)$$

$$v_{km}(x,y,t) = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{ma}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}} \times \cos \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \sigma_{km} t, \quad (5)$$

$$\sigma_{km} = \pi \sqrt{gh} \sqrt{\frac{k^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}, \quad (6)$$

$$\tau_{km} = \frac{2}{\sqrt{gh}} \frac{ab}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}}. \quad (7)$$

Здесь ζ_{0km} – амплитуда отклонения свободной поверхности; σ_{km} – частота колебаний жидкости; τ_{km} – период колебаний жидкости, $k = 0, 1, 2, \dots$; $m = 0, 1, 2, \dots$.

Таким образом, задавая начальную амплитуду отклонений свободной поверхности ζ_{0km} , а также значения глубины h , длины a и ширины b бассейна, определяем частоты сейшевых колебаний по формуле (6), отклонения свободной поверхности на основе соотношения (3) и составляющие волновых скоростей с помощью выражений (4), (5).

Результаты и обсуждение

Сейшевые колебания. Анализ формул (3)–(5) позволяет разделить сейши на три вида, определяемые значениями индексов k, m . У первого вида ($k \neq 0, m = 0$) u, v, ζ не зависят от координаты y , для второго вида ($k = 0, m \neq 0$) u, v, ζ не зависят от x , у третьего вида ($k \neq 0, m \neq 0$) u, v, ζ зависят от координат x и y .

Количество узловых линий уровня у каждой моды сейш равно сумме индексов $k + m$. При этом число узловых линий, параллельных оси y , равно k , а параллельных оси x равно m .

Рассмотрим особенности волновых движений, имеющих место для всех указанных выше видов сейш. Расчеты проведены для прямоугольного бассейна с указанными выше значениями a, b, h .

В таблице приведены для первых четырнадцати мод периоды и максимальные значения модулей скорости волновых течений,

Периоды сейш Ладожского озера и соответствующие им максимальные значения модуля скорости волновых течений для амплитуды отклонения свободной поверхности равной 0,25 м

Номер моды	Период, ч	k	m	V_{km}^{\max} , м/с
1	5,22	0	1	0,11
2	2,61	0	2	0,11
3	2,09	1	0	0,11
4	1,94	1	1	0,10
5	1,74	0	3	0,11
6	1,63	1	2	0,09
7	1,34	1	3	0,08
8	1,30	0	4	0,11
9	1,11	1	4	0,09
10	1,04	0	5	0,11
11	1,04	2	0	0,11
12	1,02	2	1	0,10
13	0,97	2	2	0,10
14	0,93	1	5	0,10

рассчитанные по формуле $V_{km} = \sqrt{U_{km}^2 + v_{km}^2}$ для амплитуды отклонения свободной поверхности равной 0,25 м. Учитывая, что мы рассматриваем здесь линейные свободные колебания жидкости, не представляет труда осуществить пересчет приводимых в данной таблице значений модулей скоростей для других значений амплитуд отклонений свободной поверхности путем умножения их на соответствующий коэффициент, который легко получить с помощью формул (4), (5).

Как видно из таблицы, наибольший период, равный 5,22 ч, имеет продольная одноузловая сейша. Периоды следующих за ней мод значительно меньше: 2,61 ч (двухузловая продольная сейша); 2,09 ч (одноузловая поперечная сейша); 1,94 ч (двухузловая продольно-поперечная сейша). Периоды некоторых мод могут быть достаточно близки (например, период седьмой моды равен 1,34 ч, а восьмой – 1,3 ч) или даже совпадать, как это имеет место для десятой и одиннадцатой мод.

Рассмотрим подробнее процесс колебаний уровня. Все изолинии уровня у сейш первого вида ($k \neq 0, m = 0$) параллельны оси y , а у сейш второго вида ($k = 0, m \neq 0$) – оси x . У сейш третьего вида параллельны осям координат только узловые линии, остальные изолинии представляют собой кривые, находящиеся в прямоугольниках, образованных пересекающимися узловыми линиями. У сейш всех рассмотренных здесь видов в прибрежных районах имеются области, в которых отклонения уровня максимальны. Так, для сейш первого вида максимальные отклонения уровня будут

в областях, расположенных в окрестности сторон прямоугольника, параллельных оси x , а для сейш второго вида – в областях, расположенных в окрестности сторон прямоугольника, параллельных оси y , для сейш третьего вида – в небольших областях, примыкающих к углам бассейна. По данным наблюдений [Гидрологический режим..., 1966], в Ладожском озере наиболее часто выделяется одноузловая сейша с периодом 5 ч 40 мин. Она хорошо видна при сравнении записей изменений уровня, полученных в пунктах Питкяранта и Кобона. Ее узловая линия расположена в 112 км от северного конца озера, а амплитуда не превышает 0,3 м. С этим хорошо согласуются результаты теоретических расчетов. Период одноузловой продольной сейши ($k = 0, m = 1$) составляет 5 ч 13 мин (см. табл.). Эта сейша относится ко второму виду. Ее узловая линия делит озеро пополам и проходит через точки с координатами $(0, b/2)$; $(a, b/2)$. Максимумы колебаний уровня находятся на северной и южной сторонах озера. В работе [Гидрологический режим..., 1966] показано существование продольной двухузловой сейши с периодом 2 ч 11 мин. Это хорошо согласуется с расчетами по формуле (2) – $\tau_{02} = 2$ ч 36 мин. Данная сейша также относится ко второму виду, и ее изолинии уровня параллельны оси x . Одна узловая линия этой сейши проходит через точки с координатами $(0, b/4)$; $(a, b/4)$, вторая – через $(0, 3b/4)$; $(a, 3b/4)$. Области, в которых колебания уровня максимальны, находятся на южной и северной границах водоема, а также на линии, проходящей через точки с координатами $(0, b/2)$; $(a, b/2)$. В работе [Гидрологический режим..., 1966] отмечается, что на озере выражены сейши с периодами 90 и 60 минут, и делается предположение, что они являются соответственно трехузловой и четырехузловой. Из таблицы видно, что период, наиболее близкий к 90 минутам, имеют две волны: трехузловая продольная сейша ($k = 0, m = 3$) с периодом, равным 104 минутам, и трехузловая продольно-поперечная сейша ($k = 1, m = 2$) с периодом, равным 98 минутам. Еще четыре моды имеют период близкий к 60 минутам: пятиузловая продольная ($k = 0, m = 5$), $\tau_{05} = 62$ мин; двухузловая поперечная ($k = 2, m = 0$), $\tau_{20} = 62$ мин; трехузловая продольно-поперечная ($k = 2, m = 1$), $\tau_{21} = 61$ мин; четырехузловая продольно-поперечная ($k = 2, m = 2$), $\tau_{22} = 58$ мин. Поэтому для их идентификации необходимо проводить наблюдения по всему периметру озера.

Амплитуды сейш в Ладожском озере изменяются в пределах от 3 до 28 см [Калесник, 1968], им соответствуют течения, охватывающие весь

объем жидкости в бассейне. В таблице приведены максимальные значения скорости волновых течений для первых четырнадцати мод, рассчитанные для амплитуды отклонения свободной поверхности равной 0,25 м. Они заключены в диапазоне 0,08–0,11 м/с. Наибольшие скорости, равные 0,11 м/с, имеют сейши первого ($k \neq 0, m = 0$) и второго ($k = 0, m \neq 0$) видов. Течение жидкости для сейш первого вида происходит параллельно оси y , а для сейш второго вида – параллельно оси x . Для сейш третьего вида направления течений составляют различные углы с осями координат. Для сейш первого и второго видов области наибольших скоростей течений находятся в окрестностях узловых линий. У сейш третьего вида изолиния скорости (для каждой моды она имеет свою величину) разделяет акваторию бассейна на ячейки. Выделяются ячейки, в которых скорость минимальная и максимальная. Для каждой моды имеют место ячейки, примыкающие к углам бассейна, в которых течения имеют минимальную интенсивность.

Направления волновых течений изменяются на противоположные каждые полпериода соответствующей моды. Модуль скорости первые полпериода возрастает от нуля до максимального значения, а затем следующие полпериода убывает до нуля. В статье [Тихомиров, 1958] приведены результаты натурных наблюдений за направлением и скоростью течений в проливах Якимварского залива, выполненных в августе 1957 г. На станции, расположенной северной острова Кюльвансари, были отмечены периодические ($T \approx 60$ мин) колебания уровня и соответствующие им изменения направления течений. При этом течение Тихомировым идентифицировано как сейшевое, т. к. в момент экстремальных значений уровня скорость течения равнялась нулю. Средняя скорость течения составляла 17 см/с. При смене направления течения температура воды изменялась на 0,7 °С. Так как течение жидкости происходило вдоль параллели, то с большой долей вероятности можно предположить, что наблюдаемая Тихомировым сейша была двухузловой поперечной сейшей Ладожского озера, которая имеет период 1,04 часа (см. табл. 1).

Сейшеобразные колебания. Возможны ситуации, когда после прекращения воздействия возмущающих сил на поверхность водоема в нем возникают свободные сейшеобразные колебания жидкости. Возмущения могут быть весьма разнообразными: в виде циклона [Еремеев и др., 2000], движущегося барического фронта [Доценко, Миклашевская, 2008], поля ветра [Иванов и др., 2015]. При этом точно

неизвестно, из чего складывается результирующее колебание поверхности водоема. Предполагается, что оно представляет собой суперпозицию нескольких мод сейш. Преимущество подхода, используемого в настоящей работе, заключается в том, что он позволяет задать точный состав взаимодействующих мод.

Рассмотрим сейшеобразные колебания, представляющие собой суперпозицию нескольких мод сейш. Расчеты показали, что в Ладожском озере возможны три типа сейшеобразных колебаний. Первый тип соответствует случаю взаимодействия продольной и поперечной сейш, второй – взаимодействию двух продольных или двух поперечных сейш с разными периодами, третий – взаимодействию продольной и поперечной сейш, имеющих одинаковые периоды. Отметим, что используемая в настоящей работе модель не позволяет определить, какие конкретно моды и их комбинации реализуются в бассейне. Для этого нужно рассматривать задачу в другой постановке: задавать начальное возмущение, после прекращения действия которого анализировать вызванные им колебания. В то же время используемая модель позволяет получить весь спектр возможных мод и поэтому пригодна для изучения физики явления.

Рассмотрим первый тип сейшеобразных колебаний на примере суперпозиции следующих мод сейш: ($k = 1, m = 0$) и ($k = 0, m = 1$); ($k = 1, m = 0$) и ($k = 0, m = 2$). При этом начальные амплитуды взаимодействующих волн выбирались равными 12,5 см.

На рисунке 1 приведены изолинии уровня для случая суперпозиции мод ($k = 1, m = 0$) и ($k = 0, m = 1$) для следующих моментов времени: а) $t = 0$; б) $t = 0,25T_{01}$. Результирующее колебание имеет одну узловую линию. В начальный момент времени она расположена на диагонали прямоугольника, проходящей с северо-запада на юго-восток (рис. 1, а). С течением времени узловая линия поворачивается вокруг центра бассейна. Ее вращение происходит сначала против часовой стрелки. На рисунке 1 (б) показано положение изолиний уровня в момент времени $t = 0,25T_{01}$. В течение интервала времени $[0, T_{01}]$, равного периоду одноузловой продольной сейши, узловая линия поворачивается на 90°. Затем направление вращения изменяется на противоположное и остается постоянным на протяжении интервала времени $(T_{01}; 2T_{01}]$. При этом узловая линия поворачивается на 90° по часовой стрелке, после чего направление ее вращения снова изменяется на противоположное.

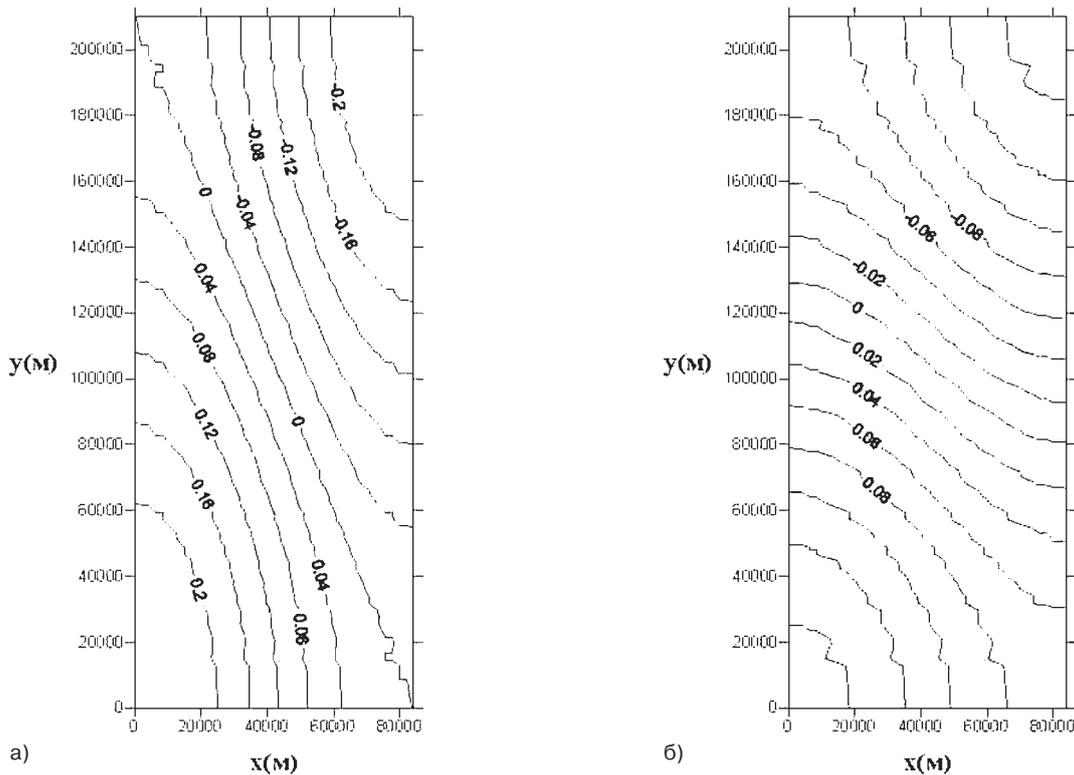


Рис. 1. Изолинии отклонения свободной поверхности $\zeta_{10} + \zeta_{01}$: а) $t = 0$; б) $t = 0,25\tau_{01}$

Система волновых течений, возникающая в результате взаимодействия мод ($k = 1, m = 0$) и ($k = 0, m = 1$), существенно отличается от волновых течений, имеющих место в случае одиночной сейши. Направления течений постоянно изменяются со временем, и векторы скорости поворачиваются сначала по часовой стрелке в продолжение интервала времени $[0, \tau_{01}]$, затем направление вращения изменяется на противоположное и на интервале $(\tau_{01}; 2\tau_{01}]$ происходит против часовой стрелки.

Рассмотрим суперпозицию одноузловой поперечной ($k = 1, m = 0$) и двухузловой продольной ($k = 0, m = 2$) сейш. На рисунке 2 приведены картины изолиний отклонения свободной поверхности $\zeta_{10} + \zeta_{02}$ для разных моментов времени: а) $t = 0$; б) $t = 0,25\tau_{02}$; в) $t = 0,3\tau_{02}$; г) $t = 0,75\tau_{02}$. Сейшеобразное колебание уровня имеет две узловые линии, которые с течением времени непрерывно изменяют свое положение. В начальный момент времени они располагаются под углом около 45° и 135° к оси x (рис. 2, а). С течением времени обе эти узловые линии поворачиваются и к моменту времени $t = 0,25\tau_{02}$ занимают положения, в которых они параллельны оси x (рис. 2, б). После чего происходит быстрое перестроение пространственной структуры колебаний, при этом изолинии уровня становятся параллельными оси y (рис. 2, в). К моменту времени $t = 0,5\tau_{02}$ они

возвращаются в исходное положение, показанное на рисунке 2 (а). Затем к моменту времени $t = 0,75\tau_{02}$ узловые линии поворачиваются, стремясь занять положение, параллельное оси y (рис. 2, г). Таким образом, узловые линии совершают вращение вокруг точек, расположенных на пересечении изолиний мод ($k = 1, m = 0$) и ($k = 0, m = 2$). При этом направления вращения узловых линий противоположны друг другу.

На рисунке 3 (а) приведены максимальные для всего бассейна значения отклонений уровня $\max(\zeta_{01} + \zeta_{10})$, а на рисунке 3 (б) максимальные значения модуля скорости волновых течений $|V_{01} + V_{10}|^{\max}$ за интервал времени $6\tau_{01}$, где τ_{01} – период продольной одноузловой сейши (мода ($k = 0, m = 1$))). Амплитуды взаимодействующих мод равны друг другу и составляют 12,5 см. В начальный момент времени максимальное отклонение уровня равно 0,25 м, т. е. сумме амплитуд обеих мод, а скорость волновых течений равна нулю.

Как видно из рисунка 3 (а), на рассмотренном интервале времени максимум отклонения уровня три раза (в моменты времени $0; 2,5\tau_{01}; 5\tau_{01}$) достигает своего наибольшего значения, равного 0,25 см. Это означает, что есть моменты времени, когда максимальное отклонение уровня равно сумме амплитуд взаимодействующих волн. Минимальные значения максимума отклонения уровня составляют около

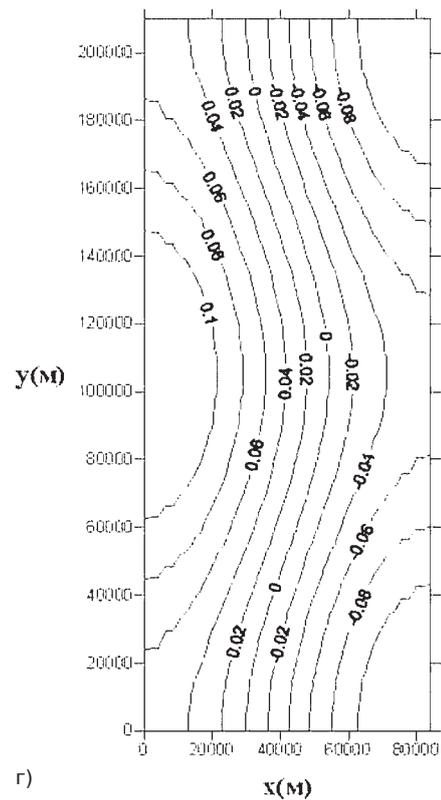
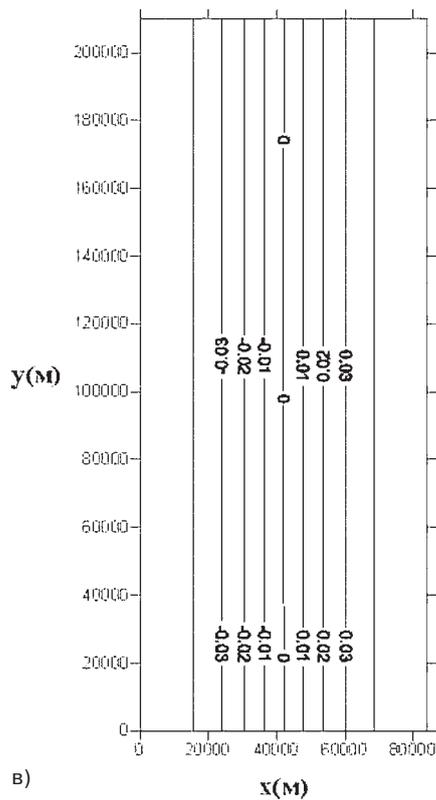
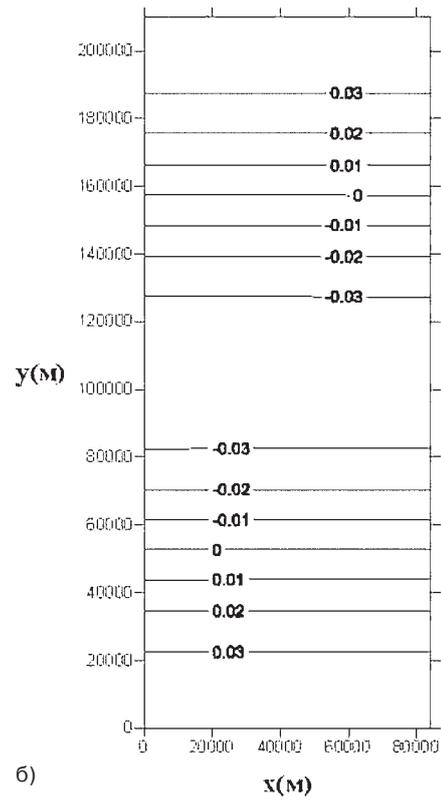
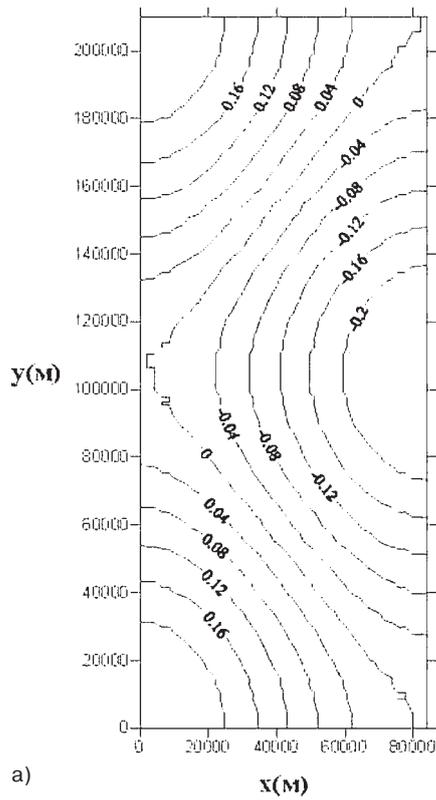


Рис. 2. Изолинии отклонения свободной поверхности $\zeta_{10} + \zeta_{02}$: а) $t = 0$; б) $t = 0,25\tau_{02}$; в) $t = 0,3\tau_{02}$; г) $t = 0,75\tau_{02}$

4 см и достигаются за рассмотренный интервал времени 5 раз (в моменты времени $0,75\tau_{01}$; $1,75\tau_{01}$; $3,25\tau_{01}$; $4,25\tau_{01}$; $5,75\tau_{01}$). Следовательно,

в любой момент времени на рассмотренном интервале максимальные отклонения уровня не равны нулю.

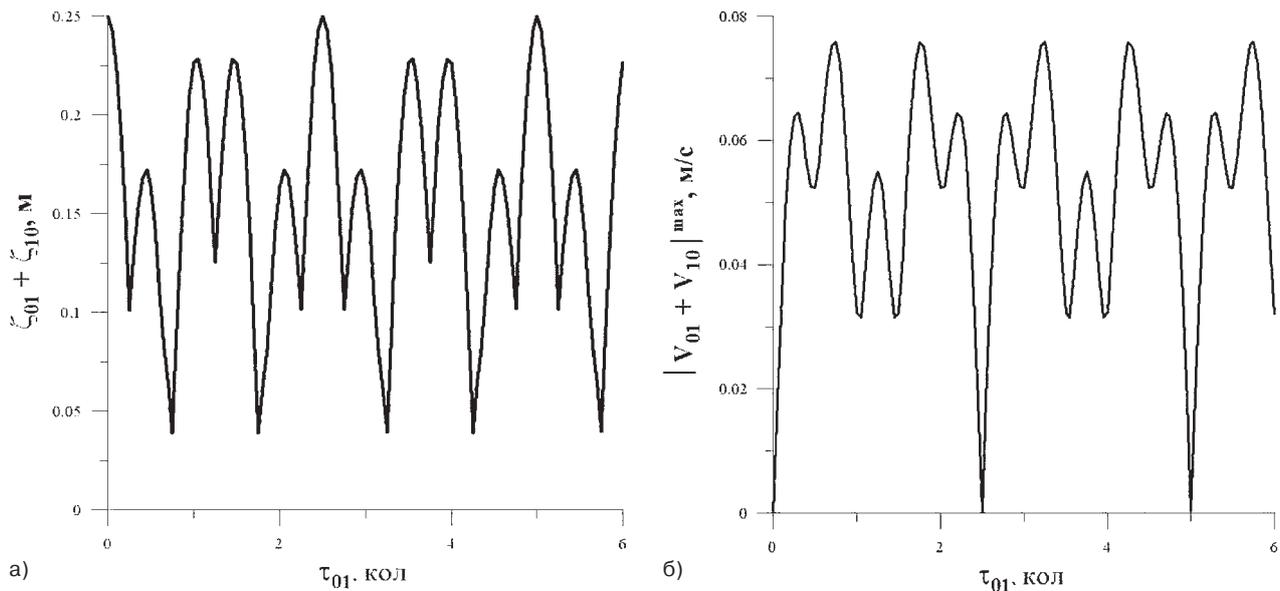


Рис. 3. Максимальные значения: а – отклонений уровня $\max(\zeta_{01} + \zeta_{10})$, б – модуля скорости волновых течений $|V_{01} + V_{10}|_{\max}$

Анализ рисунка 3 (б) показывает, что на интервале времени $[0, 6\tau_{01}]$ максимальное значение скорости волновых течений, равное 0,076 м/с, достигается в моменты времени $0,75\tau_{01}$; $1,75\tau_{01}$; $3,25\tau_{01}$; $4,25\tau_{01}$; $5,75\tau_{01}$, в которые отклонение уровня минимальное. Таким образом, наибольшее значение скорости волновых течений составляет 69 % от суммы максимальных скоростей взаимодействующих мод и достигается в моменты времени, когда отклонения уровня минимальны. Наименьшее значение максимума скорости равно нулю и достигается на рассмотренном временном интервале три раза (в моменты времени 0; $2,5\tau_{01}$; $5\tau_{01}$). При этом отклонения уровня максимальны.

Отметим также, что колебания уровня озера приобретают неперриодический характер. Значения наибольших возвышений и понижений уровня всегда равны по модулю.

Второй тип сейшеобразных колебаний соответствует взаимодействию двух продольных или двух поперечных сейш с разными периодами. При этом узловых линий может быть несколько. Их количество и положение непостоянны и изменяются с течением времени. В случае продольных сейшеобразных колебаний Ладожского озера узловые линии перемещаются вдоль оси y , а в случае поперечных – вдоль оси x . Углы, которые составляют узловые линии с осями координат, со временем не изменяются.

Третий тип сейшеобразных колебаний соответствует взаимодействию продольной и поперечной сейш, имеющих одинаковые периоды. Для Ладожского озера это моды с периодами равными 1,04 ч: $(k = 0, m = 5)$ и $(k = 2, m = 0)$.

В этом случае положение и количество узловых линий постоянное.

Таким образом, сейшеобразные колебания могут иметь разнообразный характер, определяемый структурой взаимодействующих мод. При этом с течением времени может изменяться количество узловых линий и их положение.

Выводы

1. Периоды сейш в модельном бассейне, аппроксимирующем Ладожское озеро, составляют следующие значения: 5,22; 2,61; 2,09; 1,94; 1,74; 1,63; 1,34; 1,3; 1,11; 1,04; 1,02; 0,97; 0,92 часа. Для них характерно постоянное количество узловых линий и их стационарное положение. Узловые линии всегда перпендикулярны одной из сторон бассейна.

2. Направления волновых течений при сейшевых колебаниях изменяются на противоположные каждые полпериода соответствующей моды. Максимумы скорости волновых течений не превышают 11 см/с при амплитуде отклонений свободной поверхности 25 см.

3. Установлено, что в Ладожском озере возможно образование разнообразных систем сейшеобразных колебаний, представляющих собой суперпозицию нескольких мод сейш. Их свойства определяются набором взаимодействующих мод. При этом колебания уровня становятся неперриодическими и существенно отличаются от колебаний в случае одиночных сейш. Выделены три типа сейшеобразных колебаний. Первый соответствует случаю

взаимодействия продольной и поперечной сейш. В этом случае узловые линии уровня поворачиваются с течением времени, а направление вращения периодически изменяется. Второй тип соответствует взаимодействию только продольных или только поперечных сейш. При этом количество узловых линий может изменяться со временем, они перемещаются параллельно одной из осей координат. Их углы с осями координат не изменяются. Третий тип соответствует взаимодействию продольной и поперечной сейш, имеющих одинаковые периоды. В данном случае положение узловых линий не изменяется со временем.

4. При сейшеобразных колебаниях максимальные возвышения уровня приближаются к сумме амплитуд взаимодействующих волн, а наибольшая величина модуля скорости волновых течений во всех рассмотренных вариантах была меньше суммы модулей скоростей течений взаимодействующих мод.

5. Учитывая то, что для исследований в данной работе использована достаточно грубая модель, целесообразно в будущем для получения более полной картины явления продолжить исследования с помощью численных моделей, учитывающих реальную батиметрию и профиль береговой черты. Также необходимо провести комплексные наблюдения за колебаниями уровня и скоростями течений.

Литература

Гидрологический режим и водный баланс Ладожского озера / Под ред. Т. И. Малининой. Л.: Ленингр. ун-т, 1966. 324 с.

References

Cherkesov L. V., Manilyuk Yu. V. Svobodnyie kolebaniya zhidkosti v ogranichennom morskome bassejne [Free liquid oscillations in bounded sea basin]. *Ekologiya, ekonomika, informatika. Sbornik statey: Sistemnyiy analiz i modelirovanie ekonomicheskikh i ekologicheskikh sistem* [Ecology, Economics, Informatics. Collection of Papers: System Analysis and Mathematical Modeling of Economic and Ecological Systems]. Rostov-na-Donu: Yuzhnyi federalnyi universitet, 2015. Vol. 2. P. 678–689.

Dotsenko S. F., Miklashevskaya N. A. Generaciya seish v ogranichennykh bassejnah peremeshchayushchimisya baricheskimi frontami [Generation of seiches by moving baric fronts in restricted basins]. *Morskoy gidrofizicheskij zhurnal* [Physical Oceanography]. 2008. No. 2. P. 3–19.

Eremeev V. N., Konovalov A. V., Manilyuk Yu. V., Cherkesov L. V. Modelirovanie dlinnykh voln v Azovskom more, vyzyvaemykh prohozhdeniem tsiklonov [Modeling of long waves generated by cyclone propagation in the

Doценко С. Ф., Миклашевская Н. А. Генерация сейш в ограниченных бассейнах перемещающимися барическими фронтами // *Морской гидрофизический журнал*. 2008. № 2. С. 3–19.

Eremeev V. N., Konovalov A. V., Manilyuk Yu. V., Cherkesov L. V. Modelirovanie dlinnykh voln v Azovskom more, vyzyvaemykh prohozhdeniem tsiklonov // *Океанология*. 2000. Т. 40, № 5. С. 658–665.

Ivanov V. A., Cherkesov L. V., Shul'ga T. Ya. Issledovanie svobodnykh kolebaniy urovnya Azovskogo моря, vznikayushchikh после прекращения длительногo действия ветра // *Морской гидрофизический журнал*. 2015. № 2. С. 15–24.

Kalesnik S. V. Ladozhskoe ozero. Л.: Гидрометеоиздат, 1968. 159 с.

Лабзовский Н. А. Непериодические колебания уровня моря. Л.: Гидрометеоиздат, 1971. 238 с.

Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. М.: Мир, 1981. Т. 1. 480 с.

Праудмен Дж. Динамическая океанография. М.: Иностранная литература, 1957. 418 с.

Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.

Тихомиров А. И. Сейшевые течения в проливах Якимварского залива Ладожского озера (наблюдения 1957 г.) // *ДАН СССР*. 1958. Т. 121, № 1. С. 149–151.

Cherkesov L. V., Manilyuk Yu. V. Svobodnyie kolebaniya zhidkosti v ogranichennom morskome bassejne // *Экология, экономика, информатика. Сборник статей: Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем*. Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. Т. 2. С. 678–689.

Поступила в редакцию 28.04.2016

Azov Sea]. *Okeanologiya* [Oceanology]. 2000. Vol. 40, no. 5. P. 658–665.

Gidrologicheskij rezhim i vodnyj balans Ladozhskogo озера [Hydrological regime and water balance of Lake Ladoga]. Ed. T. I. Malinina. Leningrad: Leningr. un-t, 1966. 324 p.

Ivanov V. A., Cherkesov L. V., Shul'ga T. Ya. Issledovanie svobodnykh kolebaniy urovnya Azovskogo моря, vznikayushchikh после прекращениya длительногo действия ветра [Study of free fluctuations of the Azov Sea level arising after long-lasting wind cut]. *Morskoy gidrofizicheskij zhurnal* [Physical Oceanography]. 2015. No. 2. P. 15–24.

Kalesnik S. V. Ladozhskoe ozero [Lake Ladoga]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1968. 159 p.

Labzovskiy N. A. Neperiodicheskie kolebaniya urovnya моря [Non-periodic sea level fluctuations]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1971. 238 p.

Le Blon P., Maysek L. Volny v okeane [Waves in the ocean]. Moscow: Mir, 1981. Vol. 1. 480 p.

Praudmen Dzh. Dinamicheskaya okeanografiya [Dynamical oceanography]. Moscow: Inostrannaya literatura, 1957. 418 p.

Sretenskiy L. N. Teoriya volnovyih dvizheniy zhidkosti [Fluid wave theory]. Moscow: Nauka, 1977. 815 p.

Tihomirov A. I. Sejshevye techeniya v prolivah Yakimvarского залива Ladozhского озера (nablyudeniya

1957 g.) [Seiche currents in the straits of Yakimvarsky Gulf of Lake Ladoga (observations in 1957)]. *DAN USSR [Dokl. of the Acad. of Science of the USSR]*. 1958. Vol. 121, no. 1. P. 149–151.

Received April 28, 2016

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Манилюк Юрий Владимирович

младший научный сотрудник отдела теории волн
Морской гидрофизический институт РАН
ул. Капитанская, 2, Севастополь, Россия, 299011
эл. почта: uvmsev@yandex.ru

Черкесов Леонид Васильевич

заведующий отделом теории волн, член-корр. НАНУ,
д. ф.-м. н., проф.
Морской гидрофизический институт РАН
ул. Капитанская, 2, Севастополь, Россия, 299011

CONTRIBUTORS:

Manilyuk, Yury

Marine Hydrophysical Institute
2 Kapitanskaya St., 299011 Sevastopol, Russia
e-mail: uvmsev@yandex.ru

Cherkesov, Leonid

Marine Hydrophysical Institute
2 Kapitanskaya St., 299011 Sevastopol, Russia